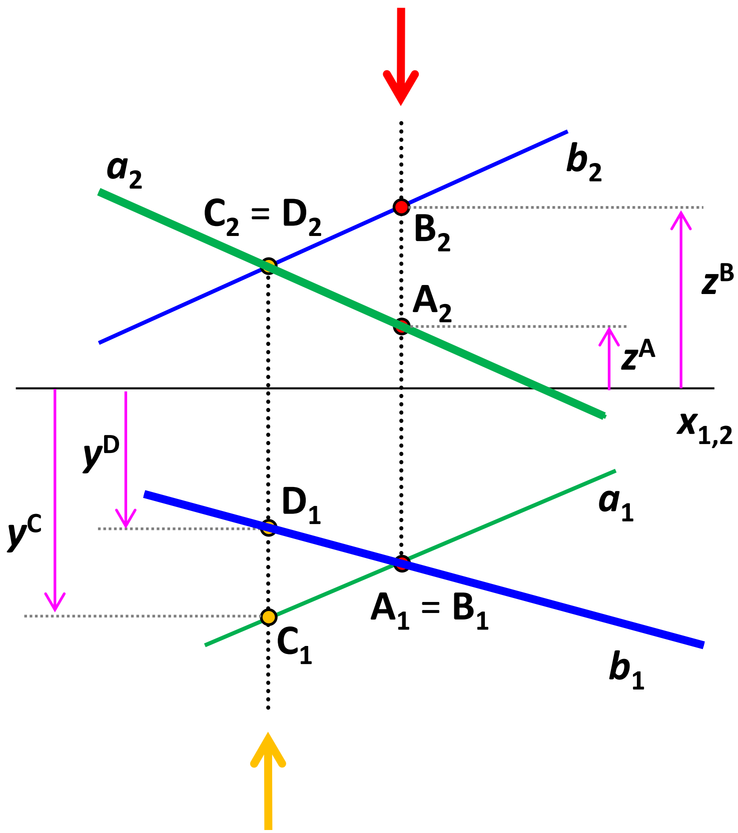
4. kurz DG
Mongeova projekcia – polohové, metrické úlohy

J. Beganová, T. Rückschlossová, Ľ. Valášková, M. Vajsáblová, Z. Tereňová: ***Deskriptívna geometria pre stavebné odbory***, STU v Bratislave, 2022, ISBN 978-80-227-5256-5.

Kap. 10

Určenie viditeľnosti pomocou krycích bodov

Pri zobrazení mimobežných priamok ***a*** a ***b*** v Mongeovej projekcii priesečník pôdorysov, t.j. bod $\mathbf{A_1} = \mathbf{B_1}$, a priesečník nárysov, t.j. bod $\mathbf{C_2} = \mathbf{D_2}$, neležia na jednej ordinále. Nazývame ich **krycie body** a majú význam pri určovaní viditeľnosti.



Viditeľnosť v pôdoryse:
Pôdorys je pohľad zhora, preto je viditeľný ten bod, ktorý je „vyššie“, t. j. má väčšiu ***z***-ovú súradnicu.

Z nárysov bodov **A** a **B** je zrejmé, že bod **B** je vyššie než bod **A** a „zakrýva“ ho pri pohľade zhora.

- $\mathbf{A_1} = \mathbf{B_1}$ **- krycí bod**, (**A** $\in$ ***a***, **B** $\in$ ***b***)
- $z^B > z^A \rightarrow$ viditeľný je bod **B** na priamke ***b***

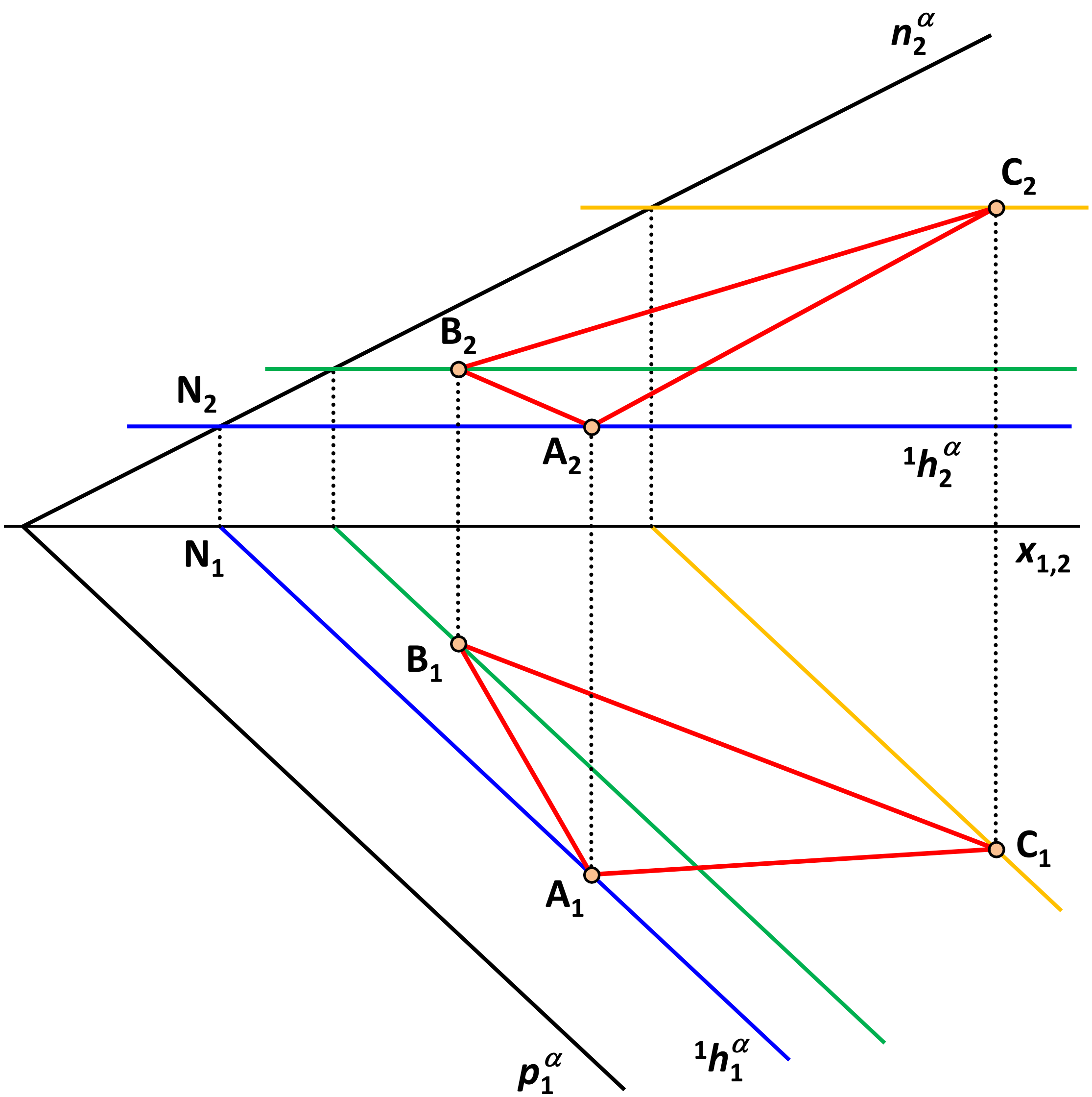
Viditeľnosť v náryse:
Nárys je pohľad spredu, preto je viditeľný ten bod, ktorý je „viac vpredu“, t. j. má väčšiu ***y***-ovú súradnicu.

Z pôdorysov bodov **C** a **D** je zrejmé, že bod **C** je pred bodom **D** a „zakrýva“ ho pri pohľade spredu.

- $\mathbf{C_2} = \mathbf{D_2}$ **- krycí bod**, (**C** $\in$ ***a***, **D** $\in$ ***b***)
- $y^C > y^D \rightarrow$ viditeľný je bod **C** na priamke ***a***

Poznámka: *Určovanie viditeľnosti použijeme pri zobrazovaní vzájomnej polohy útvarov v priestore (napr. prienik dvoch trojuholníkov) a pri zobrazovaní telies.*

Príklad 10. 8: Zostrojte združené priemety trojuholníka **ABC** (**A_1,B_1,C_2**), ktorý leží v rovine α (p_1^α , n_2^α).

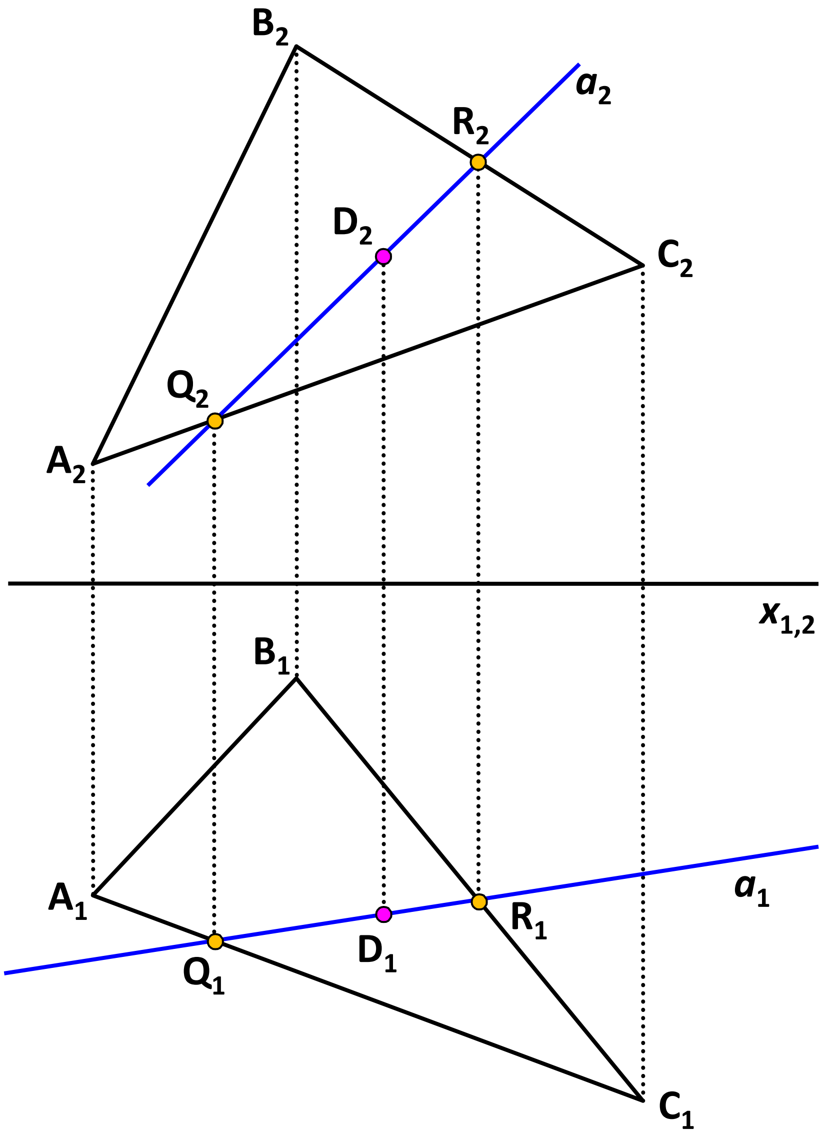


Postup:

1. Na zostrojenie chýbajúcich priemetov bodov trojuholníka **ABC** využijeme hlavné priamky 1. osnovy roviny α (podrobný popis v príklade 10.6 a)).

2. Nakoniec zostrojíme pôdorys **$A_1B_1C_1$** a nárys **$A_2B_2C_2$** trojuholníka pospájaním prvých a druhých priemetov jednotlivých bodov.

Príklad 10.7: Daný je pôdorys $\mathbf{D_1}$ bodu **D**. Určte nárys $\mathbf{D_2}$ bodu **D** tak, aby bod **D** ležal v rovine α. Rovina α je určená bodmi $\mathbf{A(A_1,A_2)}$, $\mathbf{B(B_1,B_2)}$, $\mathbf{C(C_1,C_2)}$.



Zostrojíme priemety ľubovoľnej priamky ***a*** roviny α, ktorá prechádza bodom **D**. Využijeme pritom spoločné body priamky ***a*** so stranami trojuholníka ABC.

Postup:

1. a_1; $D_1 \in a_1$, a_1 - ľubovoľná.
2. Q_1, R_1; $a_1 \cap A_1C_1 = Q_1$,
   $a_1 \cap A_1B_1 = R_1$.
3. Q_2, R_2; $Q_1 \rightarrow Q_2 \in A_2C_2$,
   $R_1 \rightarrow R_2 \in B_2C_2$.
4. a_2; $a_2 = Q_2R_2$.
5. D_2; $D_1 \rightarrow D_2 \in a_2$.

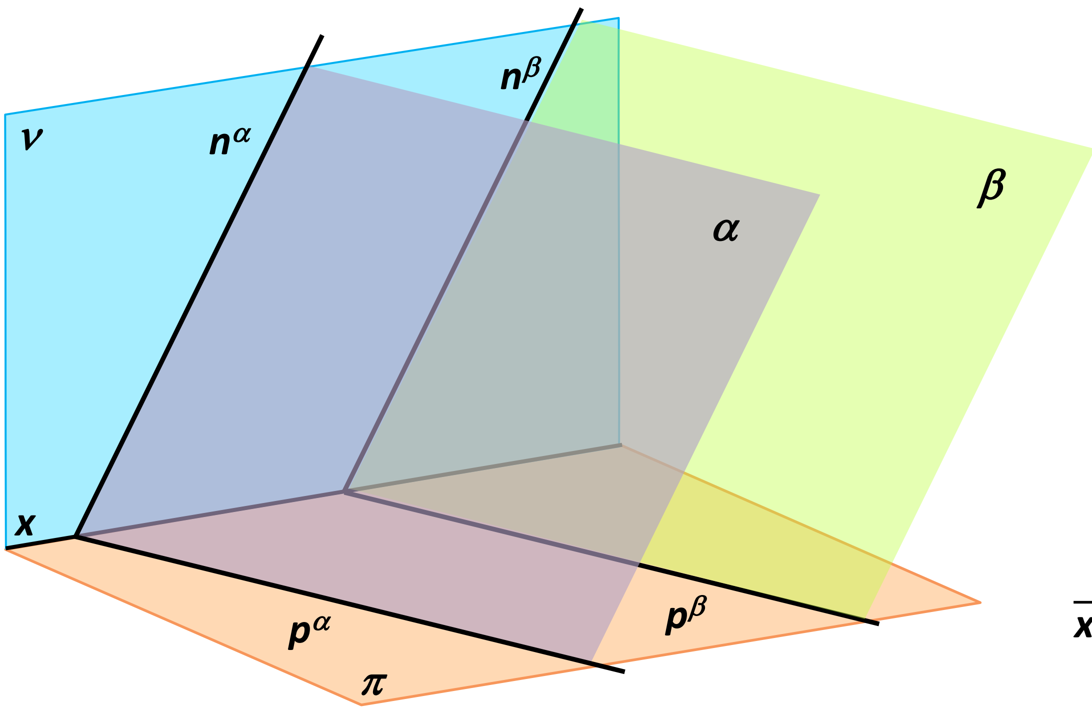
Vzájomná poloha dvoch rovín

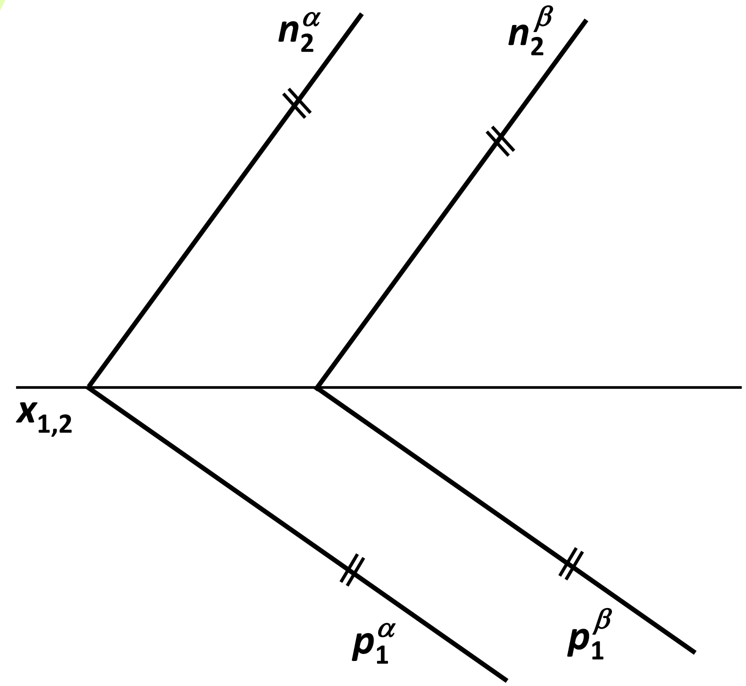
Zobrazenie dvoch rovnobežných rovín

Pri zobrazení rovnobežných rovín vychádzame z poznatku, že ak dve navzájom rovnobežné roviny pretínajú tretiu rovinu (pôdorysňu, nárysňu), tak ich priesečnice s ňou sú navzájom rovnobežné priamky.

Pre rovnobežné roviny α a β z toho vyplýva, že pôdorysná stopa p^{α} bude rovnobežná s pôdorysnou stopou p^{β} a nárysná stopa n^{α} bude rovnobežná s nárysnou stopou n^{β}.

$\alpha \parallel \beta \rightarrow p_1^{\alpha} \parallel p_1^{\beta},\ n_2^{\alpha} \parallel n_2^{\beta}$

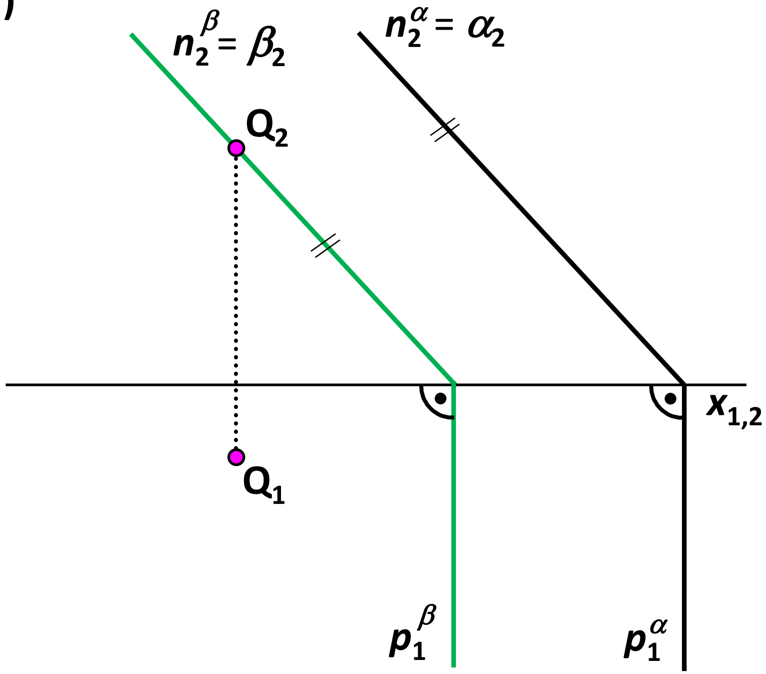




Poznámka: *Z rovnobežnosti pôdorysných (nárysných) stôp vyplýva, že priemety hlavných priamok 1.osnovy (2.osnovy) sú tiež navzájom rovnobežné.*

Príklad 10.11: Zobrazte stopy roviny β, ktorá je rovnobežná s rovinou α (p_1^α, n_2^α) a inciduje s bodom **Q**(**Q**$_1$, **Q**$_2$).

a)

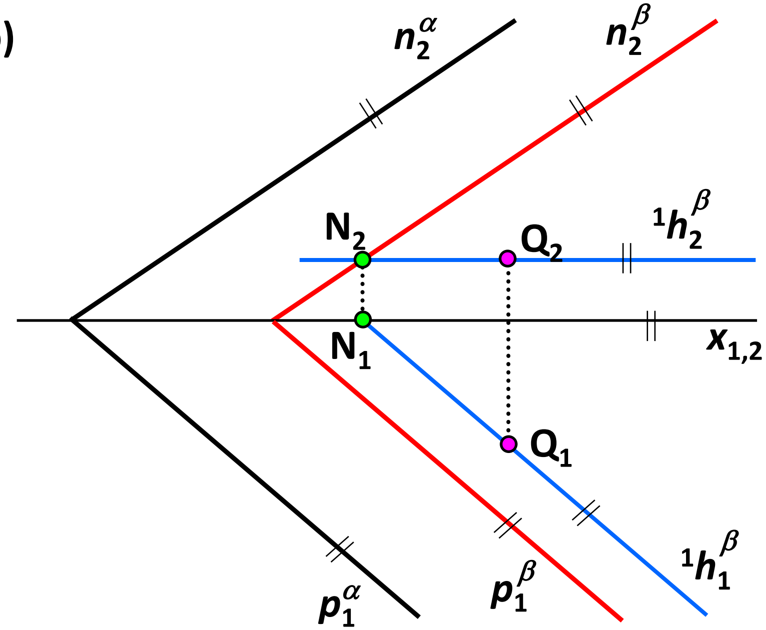


Rovina α je kolmá na nárysňu, preto bude kolmá na nárysňu aj rovina β.

Postup:

1. n_2^β; $Q_2 \in n_2^\beta$, $n_2^\beta \parallel n_2^\alpha$, $n_2^\beta = \beta_2$.
2. p_1^β; $p_1^\beta \perp x_{1,2}$.

b)



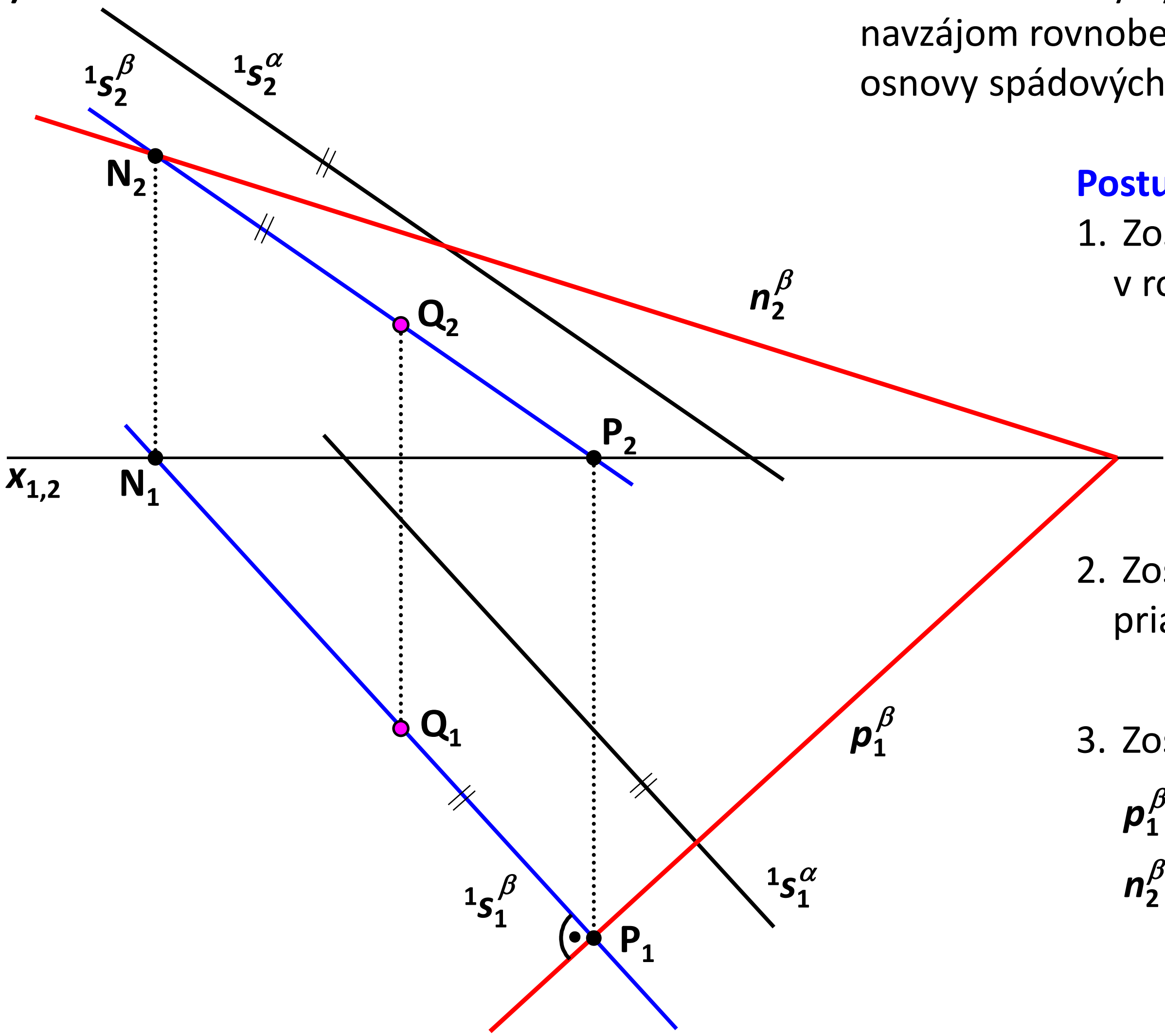
Úlohu vyriešime pomocou hlavnej priamky 1.osnovy roviny β, ktorej pôdorys je rovnobežný s pôdorysnou stopou roviny α.

Postup:

1. ${}^1h_1^\beta$; $Q_1 \in {}^1h_1^\beta$, ${}^1h_1^\beta \parallel p_1^\alpha$.
2. ${}^1h_2^\beta$; $Q_2 \in {}^1h_2^\beta$, ${}^1h_2^\beta \parallel x_{1,2}$.
3. N_1, N_2; ${}^1h_1^\beta \cap x_{1,2} = N_1$, $N_1 \rightarrow N_2 \in {}^1h_2^\beta$.
4. n_2^β; $N_2 \in n_2^\beta$, $n_2^\beta \parallel n_2^\alpha$.
5. p_1^β; $p_1^\beta \parallel p_1^\alpha$.

Príklad 10.11: Zobrazte stopy roviny β, ktorá je rovnobežná s rovinou α (${}^1s_1^\alpha$, ${}^1s_2^\alpha$) a inciduje s bodom **Q**(**Q**$_1$, **Q**$_2$).

c)



Pri riešení úlohy vychádzame z poznatku, že v navzájom rovnobežných rovinách sú aj ich príslušné osnovy spádových priamok navzájom rovnobežné.

Postup:

1. Zostrojíme spádovú priamku 1.osnovy v rovine β prechádzajúcu bodom **Q**:

   $${}^1s_1^\beta;\ Q_1 \in {}^1s_1^\beta,\ {}^1s_1^\beta \parallel {}^1s_1^\alpha,$$

   $${}^1s_2^\beta;\ Q_2 \in {}^1s_2^\beta,\ {}^1s_2^\beta \parallel {}^1s_2^\alpha.$$

2. Zostrojíme príslušné stopníky spádovej priamky ${}^1s_1^\beta$.

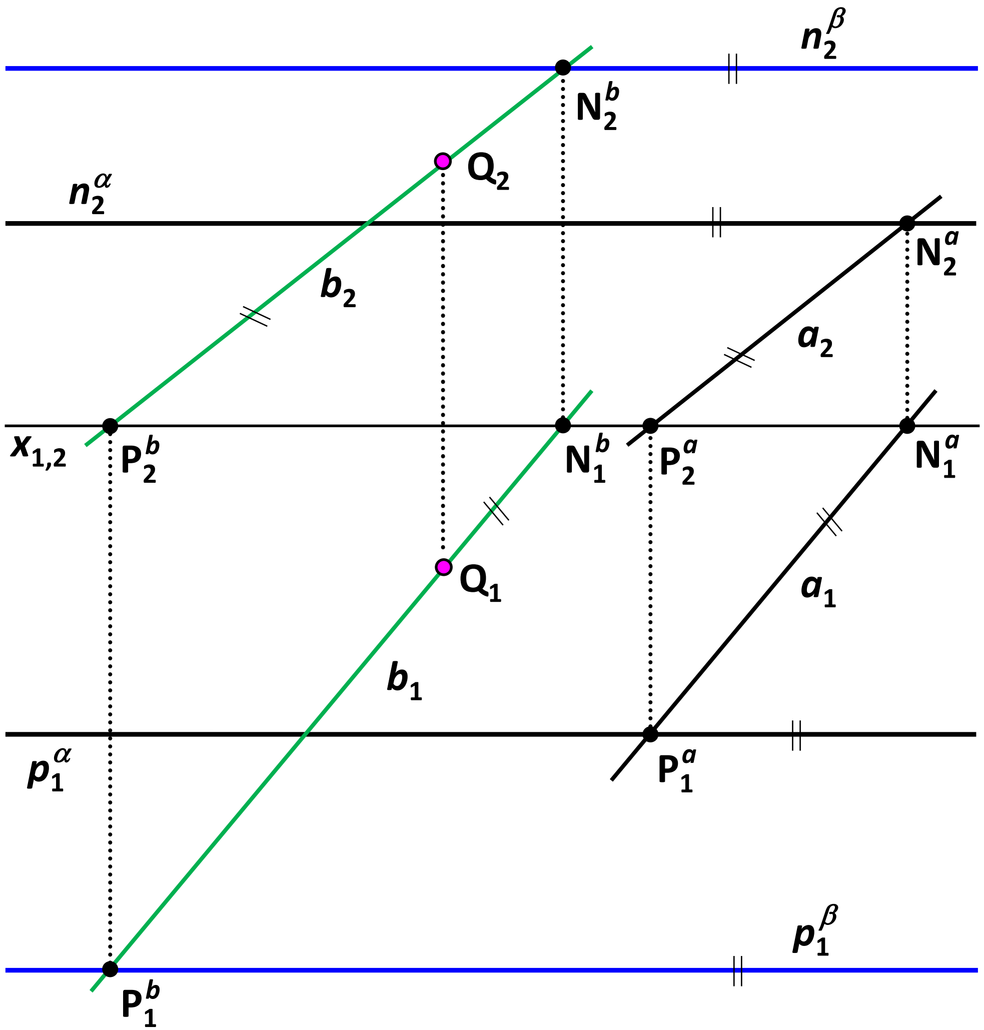
3. Zostrojíme stopy roviny β:

   $$p_1^\beta;\ P_1 \in p_1^\beta,\ p_1^\beta \perp {}^1s_1^\beta.$$

   $$n_2^\beta;\ N_2 \in n_2^\beta.$$

Príklad 10.11: Zobrazte stopy roviny β, ktorá je rovnobežná s rovinou α (p_1^α, n_2^α) a inciduje s bodom **Q**(Q_1, Q_2).

d)



V tomto prípade využijeme ľubovoľnú priamku roviny α a priamku ležiacu v rovine β, ktorá je s ňou rovnobežná a inciduje s bodom **Q**.

Postup:

1. V rovine α zostrojíme ľubovoľnú priamku a. Zvolíme v pôdoryse priemet a_1. Priemet a_2 v náryse dourčíme pomocou stopníkov.

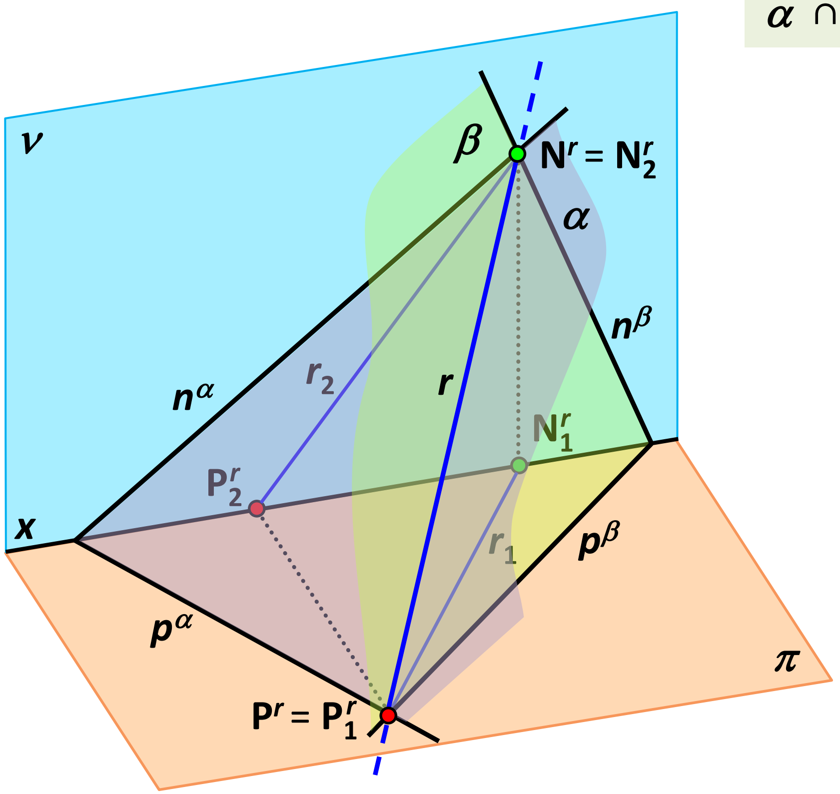
2. Bodom **Q** v rovine β zostrojíme priamku b, rovnobežnú s priamkou a z roviny α. Určíme jej stopníky.

3. Stopy roviny β sú rovnobežné so stopami roviny α (resp. s osou $x_{1,2}$) a prechádzajú príslušnými stopníkmi priamky b.

Zobrazenie dvoch rôznobežných rovín

Dve rôznobežné roviny majú spoločnú priamku. Na zostrojenie tejto priesečnice stačí určiť jej dva rôzne body. V prípade rovín daných stopami, môžeme za tieto dva body považovať priesečníky pôdorysných a nárysných stôp oboch rovín.

Pre rôznobežné roviny α a β je priesečník ich pôdorysných stôp p^{α} a p^{β} bod $\mathbf{P}^{r}$, ktorý je pôdorysným stopníkom ich priesečnice r. Priesečník nárysných stôp n^{α} a n^{β} je bod $\mathbf{N}^{r}$, ktorý je nárysným stopníkom priesečnice r.



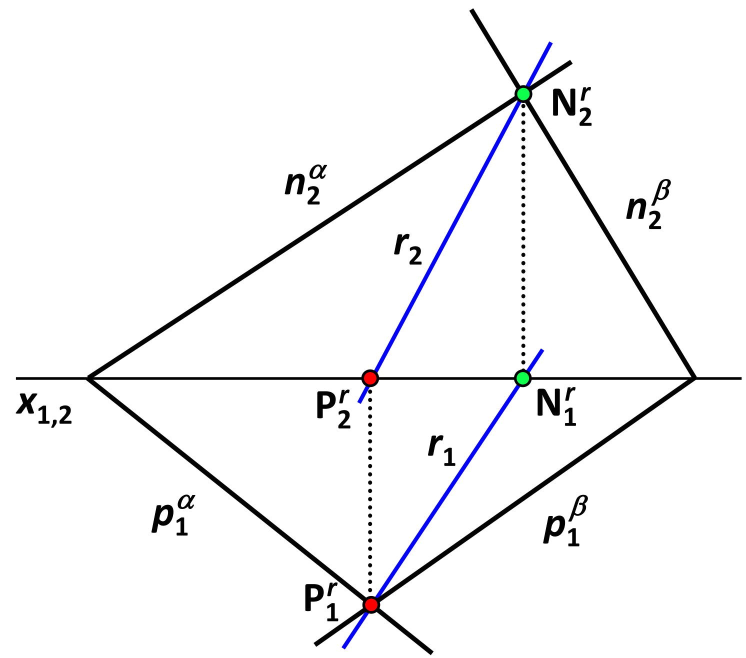
$\alpha \cap \beta = r$ $\rightarrow p^{\alpha} \cap p^{\beta} = \mathbf{P}^{r}$

$\rightarrow n^{\alpha} \cap n^{\beta} = \mathbf{N}^{r}$

$\rightarrow r = \mathbf{P}^{r}\mathbf{N}^{r}$

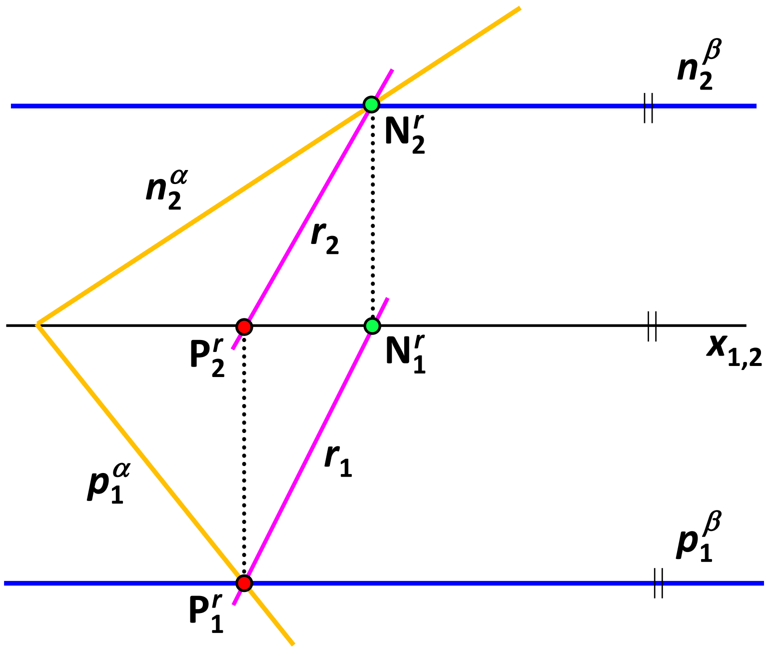
$r_1 = \mathbf{P}_1^{r}\mathbf{N}_1^{r}$

$r_2 = \mathbf{P}_2^{r}\mathbf{N}_2^{r}$

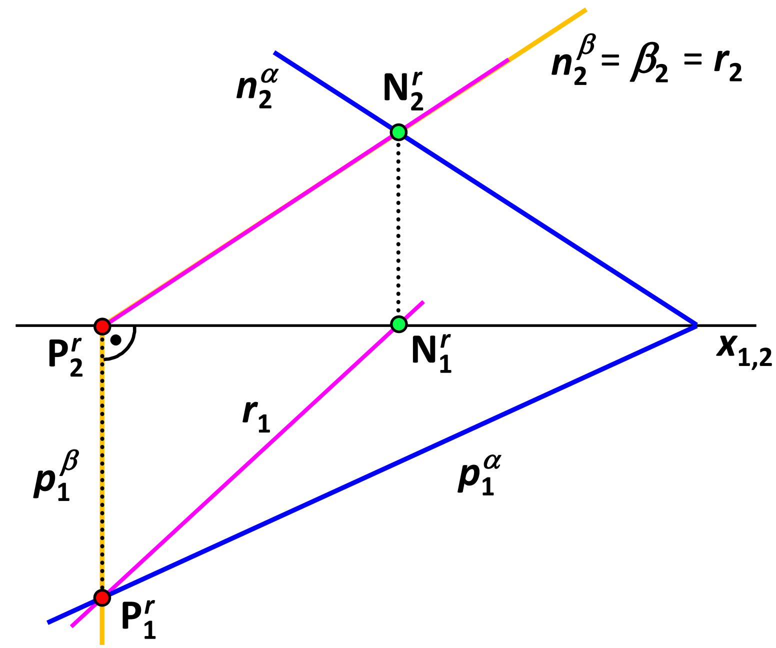


Príklad 10.12: Zostrojte priesečnicu rovín $\alpha(p_1^\alpha, n_2^\alpha)$ a $\beta(p_1^\beta, n_2^\beta)$.

a) Rovina β je rovnobežná so základnicou.



b) Rovina β je kolmá na nárysňu.



Postup:

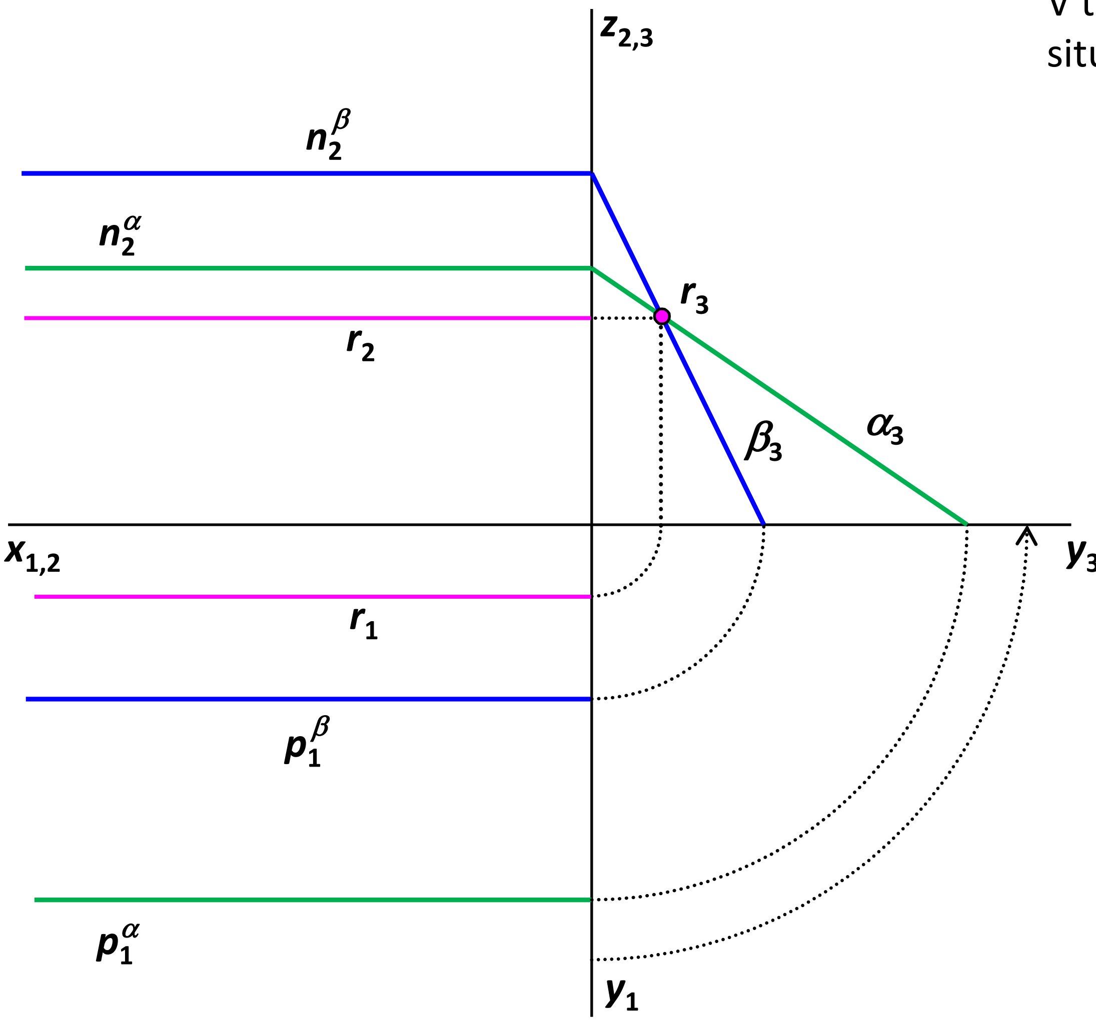
1. P_1^r; $p_1^\alpha \cap p_1^\beta = P_1^r$.
2. N_2^r; $n_2^\alpha \cap n_2^\beta = N_2^r$.
3. P_2^r, N_1^r; $P_1^r \longrightarrow P_2^r \in x_{1,2}$,
   $N_2^r \longrightarrow N_1^r \in x_{1,2}$.
4. r_1, r_2; $r_1 = N_1^r P_1^r$,
   $r_2 = N_2^r P_2^r$.

Postup:

Úlohu riešime analogicky ako v prípade **a)**. Keďže rovina β je kolmá na nárysňu, jej druhý priemet je priamka $n_2^\beta = \beta_2$. Potom aj nárys r_2 priesečnice r bude totožný s nárysnou stopou n_2^β.

Príklad 10.12: Zostrojte priesečnicu rovín $\alpha\,(p_1^\alpha, n_2^\alpha)$ a $\beta\,(p_1^\beta, n_2^\beta)$.

c) Obe roviny sú rovnobežné so základnicou.



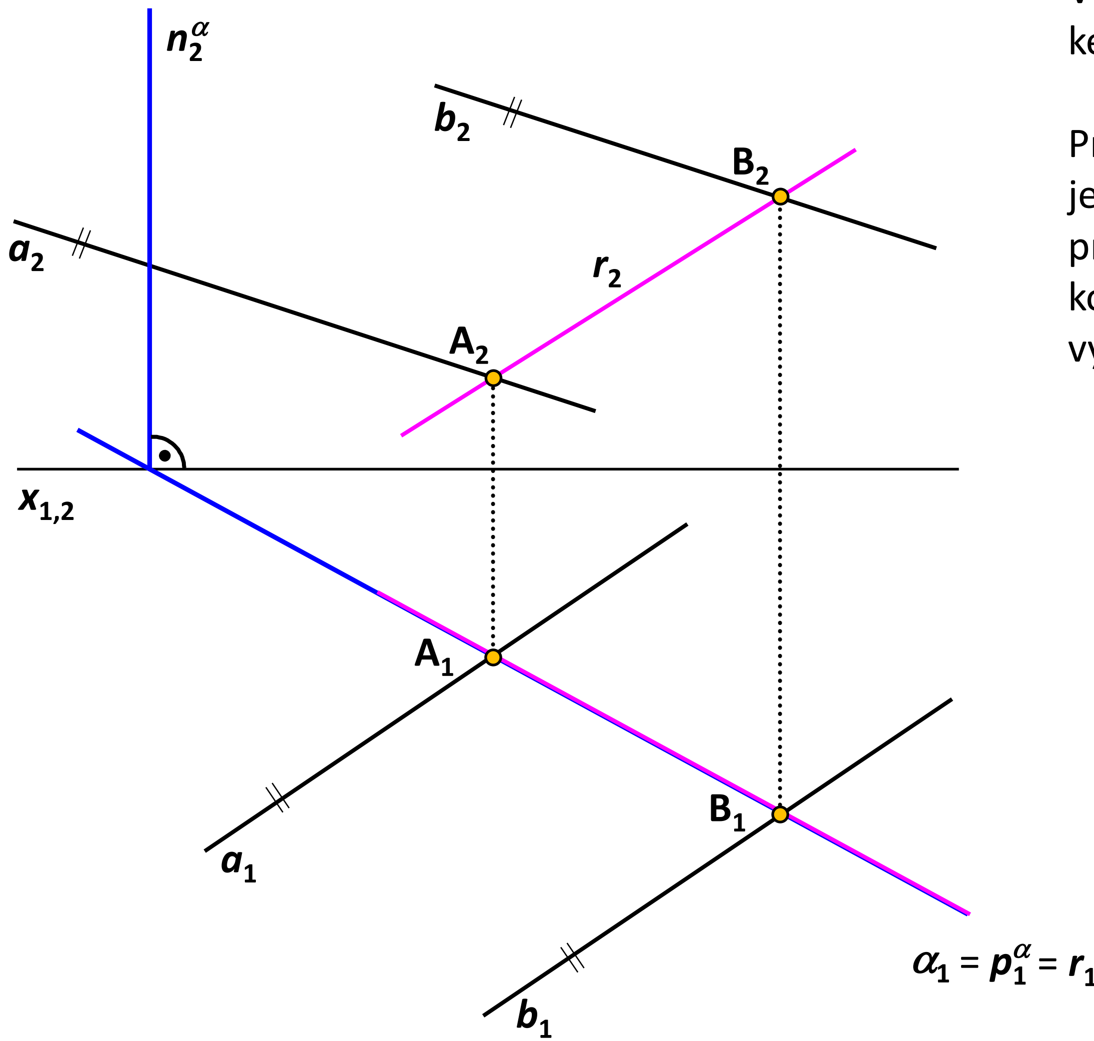
V takomto prípade je výhodné premietnuť situáciu do tretej priemetne.

Postup:

1. Keďže obe roviny sú na bokorysňu kolmé, ich tretie priemety α_3 a β_3 budú priamky.

2. Bokorys ich priesečnice r je teda bod r_3. Následne pomocou ordinál odvodíme jej pôdorys r_1 a nárys r_2. Sú to priamky rovnobežné so základnicou $x_{1,2}$.

Príklad 10.13: Zostrojte priesečnicu rovín $\alpha\,(\alpha_1)$ a $\beta = (a, b)$, $\alpha \perp \pi$, $a \parallel b$.



V tomto prípade zostrojíme priesečnicu ***r*** aj keď nepoznáme stopy roviny.

Pre rovinu α, ktorá je kolmá na pôdorysňu, je prvým priemetom a zároveň stopou priamka α_1. Nárysnú stopu vieme zostrojiť kolmo na základnicu, no nebudeme ju využívať.

Postup:

1. Pôdorys r_1 priesečnice ***r***, keďže patrí do roviny α, je totožný s priamkou α_1.
2. Priamka ***r*** zároveň leží v rovine β a pretína priamky ***a*** a ***b*** v bodoch **A** a **B**. Zostrojíme postupne ich pôdorysy a nárysy.
3. Zostrojíme nárys r_2 priamky ***r***, $r_2 = A_2B_2$.

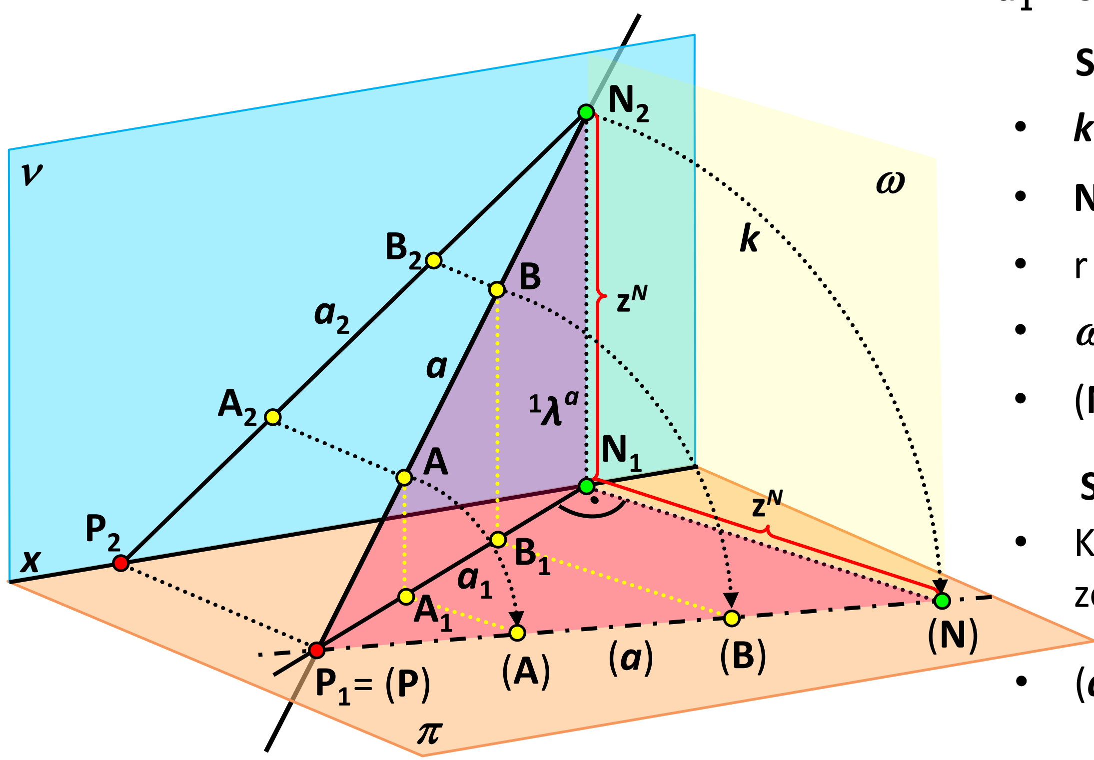
10.4 Metrické úlohy v Mongeovej projekcii

Sklápanie premietacej roviny priamky

V Mongeovej projekcii (podobne ako v kótovanom premietaní) riešime niektoré typy úloh pre priamku vo všeobecnej polohe pomocou **sklápania premietacej roviny priamky do priemetne**. Je možné takto určiť dĺžku úsečky na priamke, či uhol, ktorý zviera priamka s priemetňou.

Sklopenie je špeciálny prípad otočenia, kedy je **uhol otočenia 90°**. Sklopenú polohu priamky získame sklopením dvoch jej rôznych bodov. Sklopené polohy bodov označujeme zátvorkami napr. (**F**). Útvary v sklopenej polohe budeme vyznačovať bodkočiarkovanou čiarou.

Sklápanie 1. premietacej roviny $^1\lambda^a$ priamky a do priemetne π



- $^1\lambda^a$ – 1. premietacia rovina priamky a, $^1\lambda^a \perp \pi$,
- a_1 – os otáčania roviny $^1\lambda^a$,

Sklápanie bodu N

- k – kružnica otáčania bodu **N**, $k(N_1, r = |z^N|)$,
- N_1 – stred otáčania bodu **N**,
- $r = |z^N|$ – polomer otáčania bodu **N**,
- ω – rovina otáčania bodu **N**, $k \subset \omega$, $\omega \perp a_1$,
- (**N**) – sklopená poloha bodu **N**.

Sklápanie bodu P

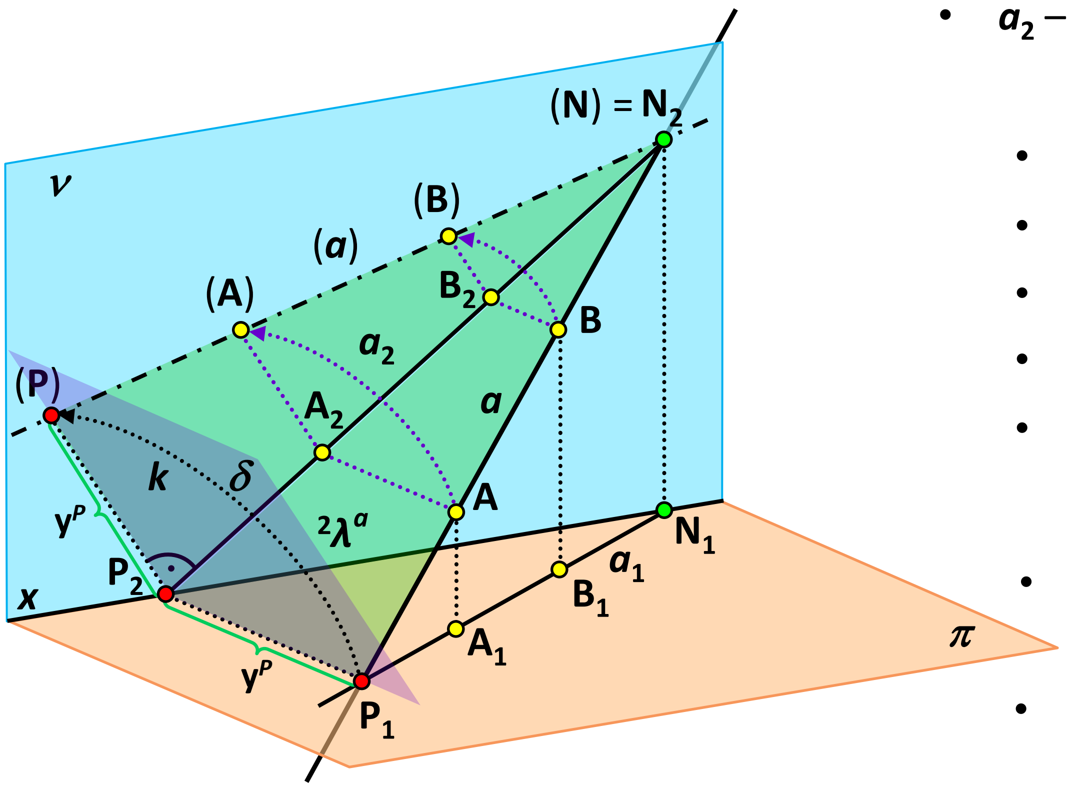
- Keďže bod **P** leží v priemetni π ($z^P = 0$), zostáva pri sklápaní na mieste: $P_1 = (P)$.
- $(a) = (P)(N)$ – sklopená poloha priamky a.

Poznámka: *Bod **A** priamky **a** sa pri sklápaní otáča po kružnici, ktorej polomer je **z-ová** súradnica bodu **A** a stred leží v pôdoryse A_1, analogicky pre bod **B**.*

Sklápanie premietacej roviny priamky

Analogickým spôsobom určíme sklápanie 2. premietacej roviny priamky do nárysne, pričom osou otáčania je nárys danej priamky a polomery otáčania jednotlivých bodov priamky sú ich *y*-ové súradnice.

Sklápanie 2. premietacej roviny ${}^2\lambda^a$ priamky *a* do priemetne ν



- ${}^2\lambda^a$ – 2. premietacia rovina priamky ***a***, ${}^2\lambda^a \perp \nu$,
- a_2 – os otáčania roviny ${}^2\lambda^a$,

Sklápanie bodu P

- ***k*** – kružnica otáčania bodu **P**, $k(P_2,\ r = |y^P|)$,
- P_2 – stred otáčania bodu **P**,
- $r = |y^P|$ – polomer otáčania bodu **P**,
- δ – rovina otáčania bodu **P**, $k \subset \delta$, $\delta \perp a_2$,
- **(P)** – sklopená poloha bodu **P**.

Sklápanie bodu N

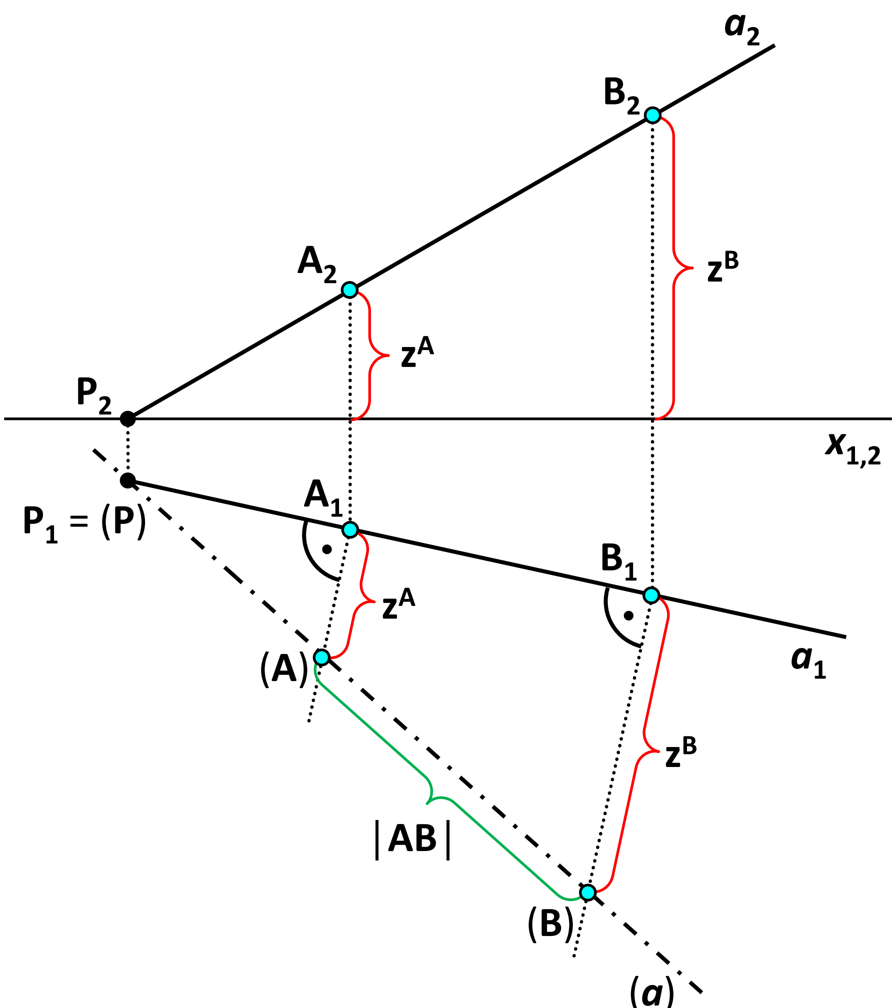
- Keďže bod **N** leží v priemetni ν ($y^N = 0$), zostáva pri sklápaní na mieste: $N_2 = (N)$.
- (***a***) = (**P**)(**N**) – sklopená poloha priamky ***a***.

Poznámka: *Bod **A** priamky **a** sa pri sklápaní do nárysne otáča po kružnici, ktorej polomer je **y-ová** súradnica bodu **A** a stred leží v náryse A_2, analogicky pre bod **B**.*

Určenie dĺžky úsečky

V nasledujúcom príklade využijeme sklápanie premietacej roviny na **určenie dĺžky úsečky**, ktorá je vzhľadom na priemetne **vo všeobecnej polohe**. Ukážeme niekoľko možností riešenia.

Príklad 10.18: V Mongeovej projekcii určte dĺžku úsečky **AB** na priamke ***a***.



1. možnosť:

Úlohu vyriešime **sklopením 1. premietacej roviny** priamky ***a*** do pôdorysne.

Postup:

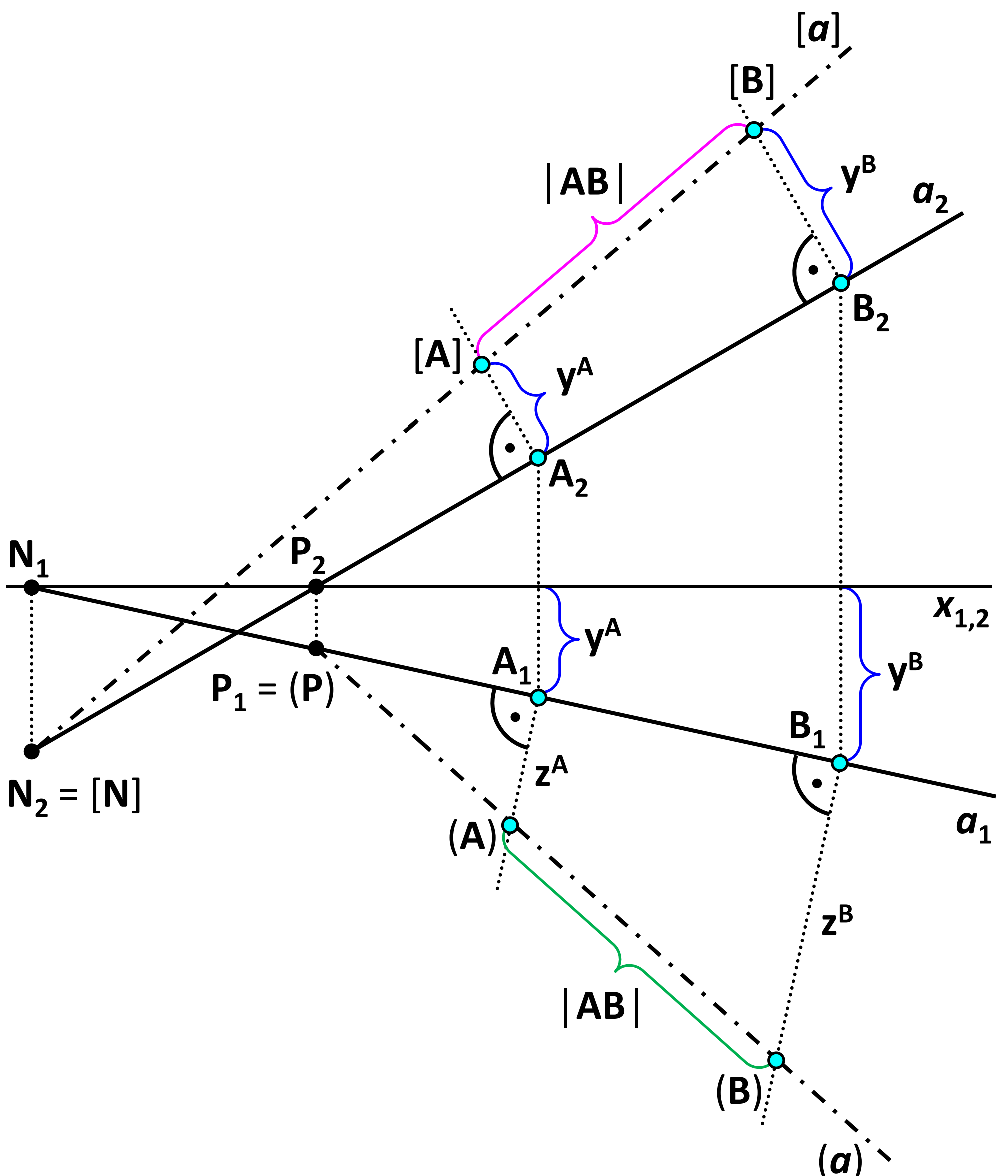
1. Bodom $\mathbf{A_1}$ vedieme kolmicu na pôdorys $\boldsymbol{a_1}$ priamky ***a***. Na túto kolmicu nanesieme **z-ovú** súradnicu $\mathbf{z^A}$ bodu **A**. Získame sklopenú polohu (**A**) bodu **A**.
2. Analogicky zostrojíme sklopenú polohu (**B**) bodu **B**.
3. Spojením bodov (**A**) a (**B**) získame sklopenú polohu (***a***) priamky ***a***. Úsečka (**A**)(**B**) určuje veľkosť úsečky **AB**.

Poznámka: *Body (**A**) a (**B**) ležia v tej istej polrovine vzhľadom na* $\boldsymbol{a_1}$*, lebo* $\mathbf{z^A}$ *a* $\mathbf{z^B}$ *majú rovnaké znamienko.*

Poznámka: *V bode, kde priamka* $\boldsymbol{a_1}$ *pretína priamku (**a**), leží pôdorysný stopník priamky **a**. Jeho pôdorys* $\mathbf{P_1}$ *a sklopená poloha (**P**) sú totožné.*

Určenie dĺžky úsečky

Príklad 10.18: V Mongeovej projekcii určte dĺžku úsečky **AB** na priamke ***a***.



2. možnosť:

Úlohu vyriešime **sklopením 2. premietacej roviny** priamky ***a*** do nárysne.

Poznámka: *Keďže v obrázku budú znázornené dve sklápania do rôznych priemetní, rozlíšime ich použitím iného typu zátvoriek.*

Postup:

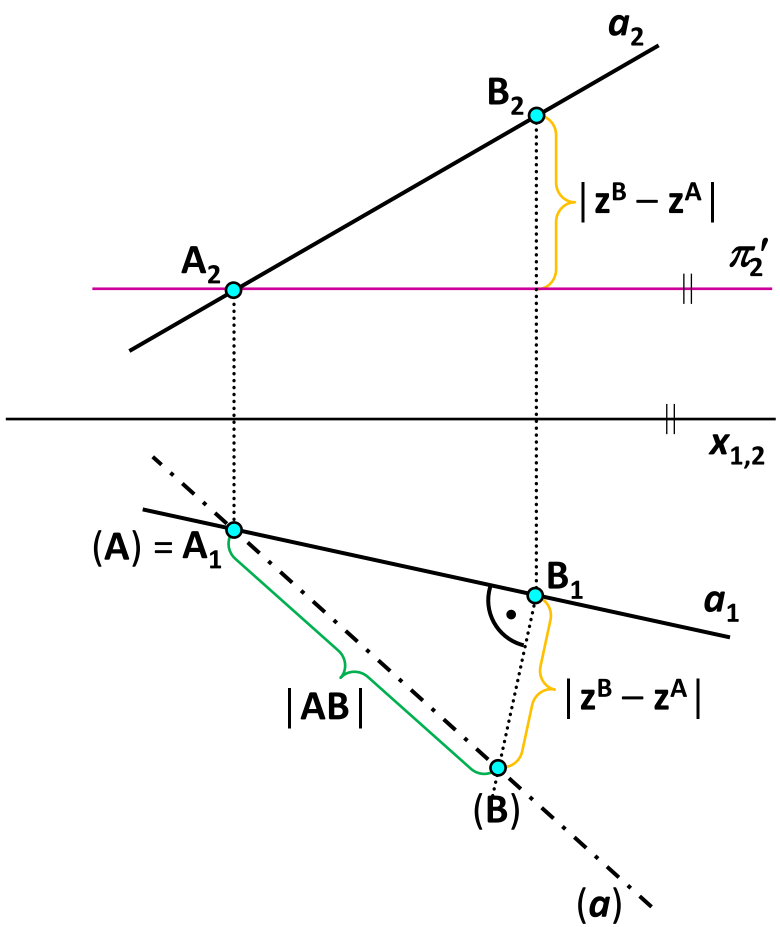
1. Analogicky ako v predchádzajúcom postupe zostrojíme sklopené polohy [**A**], [**B**] bodov **A**, **B** do nárysne s využitím ich ***y***-ových súradníc.
2. Spojením bodov [**A**] a [**B**] získame sklopenú polohu [***a***] priamky ***a*** do nárysne. Úsečka [**A**][**B**] určuje veľkosť úsečky **AB**.

Poznámka: *Body [**A**] a [**B**] opäť ležia v tej istej polrovine vzhľadom na* $\boldsymbol{a_2}$*, lebo* $\boldsymbol{y^A}$ *a* $\boldsymbol{y^B}$ *majú rovnaké znamienko.*

Poznámka: *V bode, kde priamka* $\boldsymbol{a_2}$ *pretína priamku [**a**], leží nárysný stopník priamky **a**. Jeho nárys* $\boldsymbol{N_2}$ *a sklopená poloha [**N**] sú totožné.*

Určenie dĺžky úsečky

Príklad 10.18: V Mongeovej projekcii určte dĺžku úsečky **AB** na priamke ***a***.



3. možnosť:

Úlohu vyriešime **sklopením 1. premietacej roviny** priamky ***a*** **do úrovne bodu A**.

Postup:

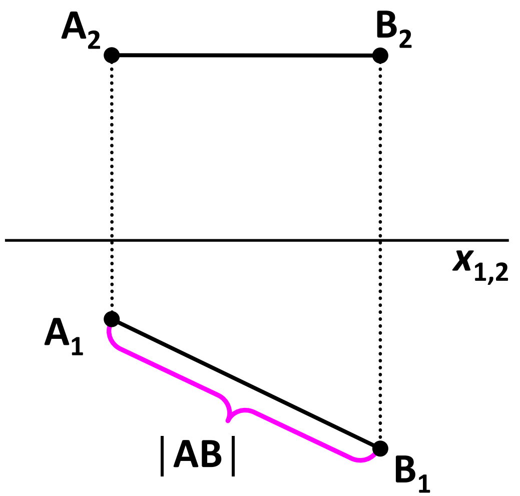
1. Bodom **A** vedieme rovinu π'(úroveň), rovnobežnú s pôdorysňou π, ktorej nárysom je priamka π_2'.
2. Sklápanie do úrovne bodu **A** znamená, že sklápame do roviny π'. Sklopená poloha (**A**) bodu **A** je teda totožná s priemeteom $\mathbf{A_1}$. Bod **B** sklopíme o rozdiel ***z***-ových súradníc bodov **B** a **A**.
3. Spojením bodov (**A**) a (**B**) získame sklopenú polohu (***a***) priamky ***a***. Úsečka (**A**)(**B**) určuje veľkosť úsečky **AB**.

Určenie dĺžky úsečky – špeciálne prípady

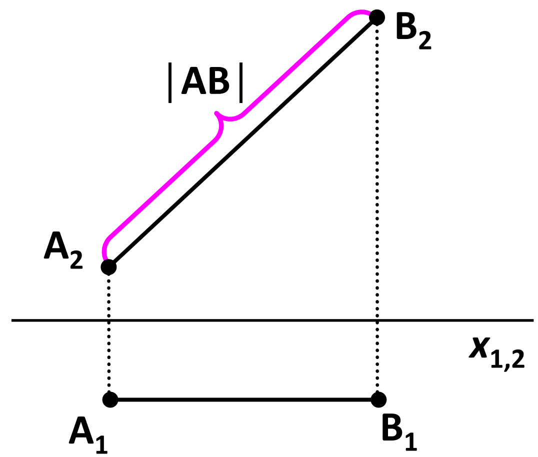
V špeciálnych prípadoch, keď je úsečka kolmá na niektorú priemetňu alebo je s ňou rovnobežná či rovnobežná s osou ***x***, vieme určiť dĺžku úsečky priamo z jej príslušného priemetu bez využitia sklápania premietacej roviny.

Príklad 10.19: V Mongeovej projekcii určte dĺžku úsečky **AB**.

a) $AB \parallel \pi \rightarrow |AB| = |A_1B_1|$

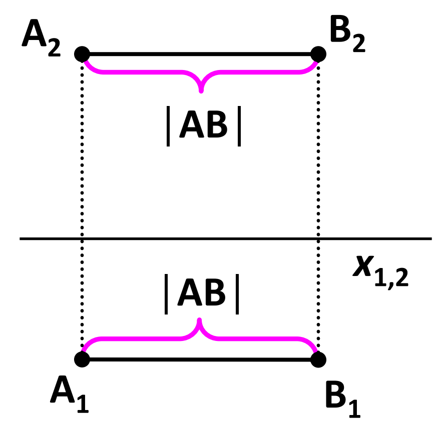


b) $AB \parallel \nu \rightarrow |AB| = |A_2B_2|$



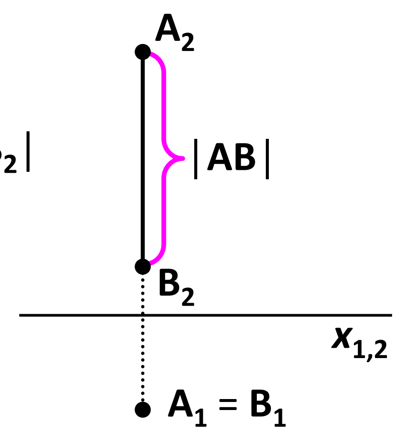
c) $AB \parallel x \rightarrow |AB| = |A_1B_1|$

$\rightarrow |AB| = |A_2B_2|$



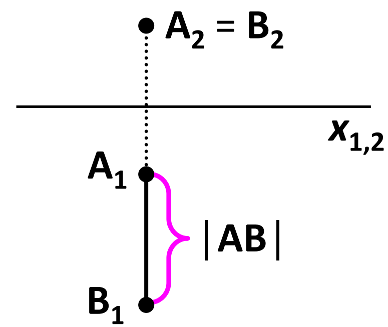
d) $AB \perp \pi$

$\rightarrow |AB| = |A_2B_2|$



e) $AB \perp \nu$

$\rightarrow |AB| = |A_1B_1|$



Odchýlka priamky od priemetne

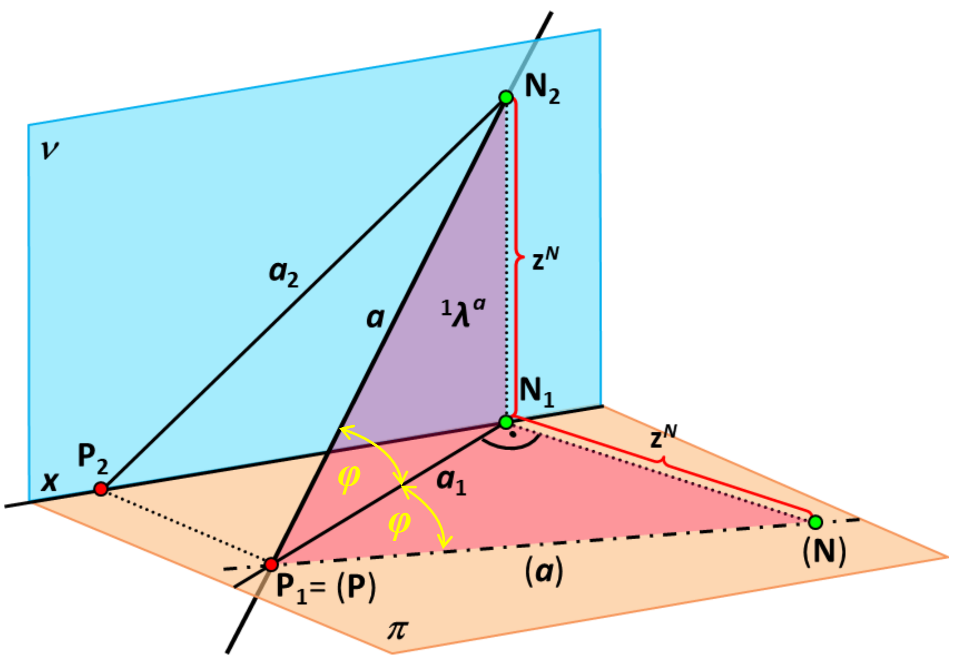
Pomocou sklopenia premietacej roviny priamky zisťujeme tiež **odchýlku priamky od priemetne**.

- je to **uhol priamky a priemetne**,
- t. j. je to **uhol, ktorý zviera priamka a jej kolmý priemet** do tejto priemetne.

Vzhľadom na dve premietne rozlišujeme **odchýlku priamky od pôdorysne** a **odchýlku priamky od nárysne**.

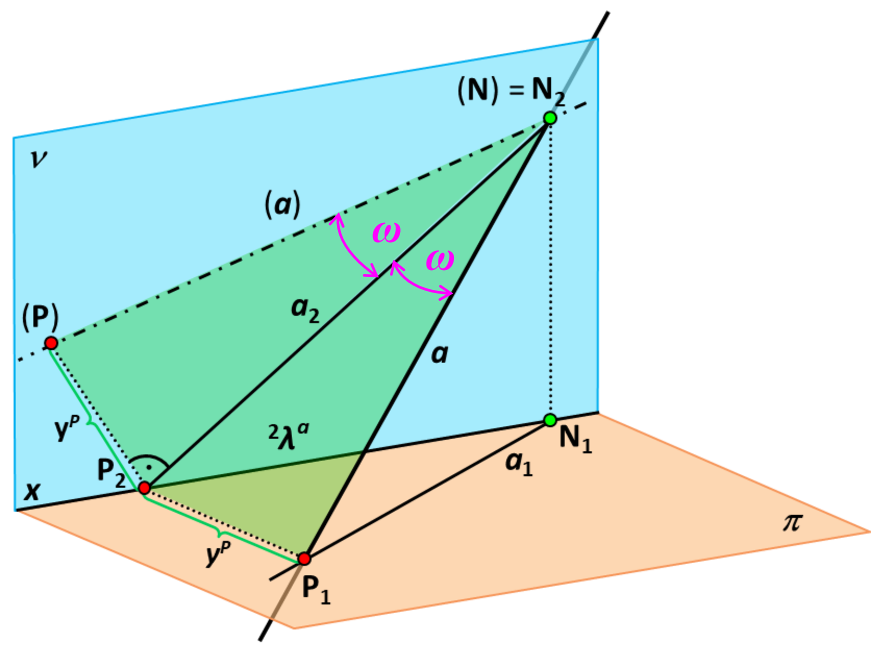
Odchýlka priamky *a* od pôdorysne π

$$\varphi = \sphericalangle(\boldsymbol{a}, \pi) = \sphericalangle(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{a}_1) = \sphericalangle((\boldsymbol{a}), \boldsymbol{a}_1)$$

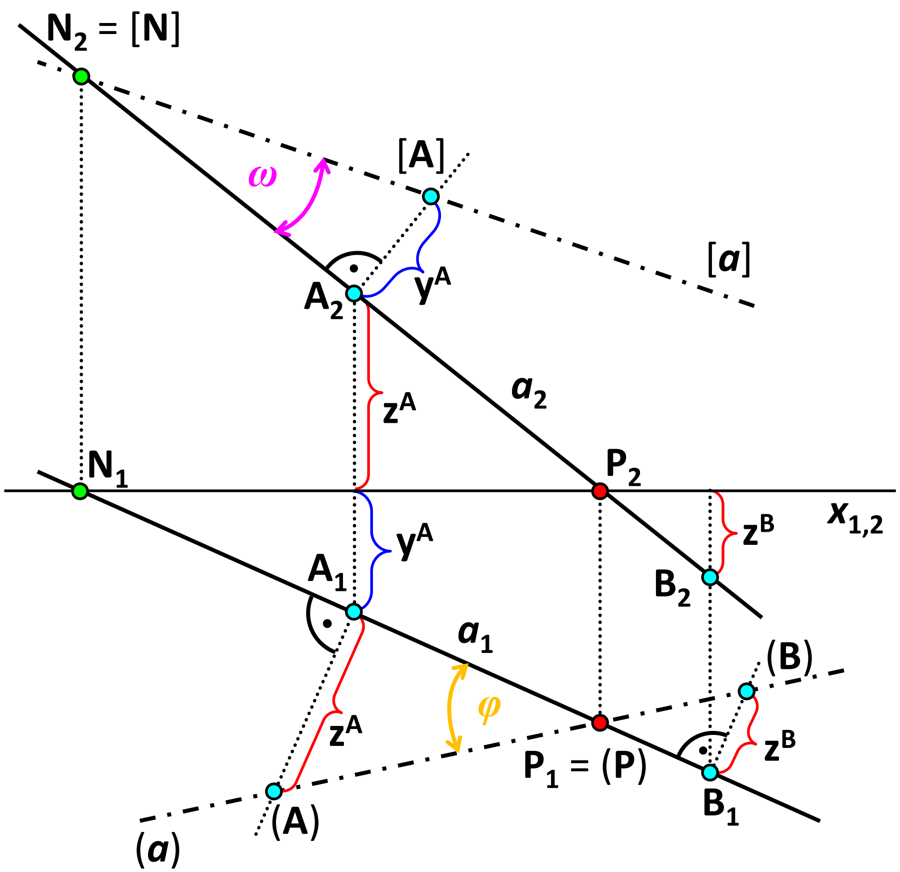


Odchýlka priamky *a* od nárysne ν

$$\omega = \sphericalangle(\boldsymbol{a}, \nu) = \sphericalangle(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{a}_2) = \sphericalangle((\boldsymbol{a}), \boldsymbol{a}_2)$$



Príklad 10.20: V Mongeovej projekcii určte odchýlku priamky $\boldsymbol{a}$ = **AB** od pôdorysne a nárysne.



Odchýlka φ priamky $\boldsymbol{a}$ od pôdorysne π: $\varphi = \measuredangle(a, \pi)$

Postup:

1. Úlohu riešime v sklopení 1. premietacej roviny priamky $\boldsymbol{a}$ do priemetne π.

Poznámka: *Keďže v tomto prípade je hodnota* $\boldsymbol{z}^A$ *kladná a hodnota* $\boldsymbol{z}^B$ *záporná, ležia body (**A**) a (**B**) v opačných polrovinách vzhľadom na priamku* $\boldsymbol{a_1}$.

2. Hľadaný uhol φ je uhol priamok $\boldsymbol{a_1}$ a ($\boldsymbol{a}$) pri vrchole $\mathbf{P_1}$ = (**P**), pre ktorý platí:
   - $\varphi = \measuredangle(a, \pi) = \measuredangle(a, a_1) = \measuredangle((a), a_1)$.

Odchýlka ω priamky $\boldsymbol{a}$ od nárysne ν: $\omega = \measuredangle(a, \nu)$

Postup:

1. Úlohu riešime v sklopení 2. premietacej roviny priamky $\boldsymbol{a}$ do priemetne ν.
2. Hľadaný uhol ω je uhol priamok $\boldsymbol{a_2}$ a [$\boldsymbol{a}$] pri vrchole $\mathbf{N_2}$ = [**N**], pre ktorý platí:
   - $\omega = \measuredangle(a, \nu) = \measuredangle(a, a_2) = \measuredangle([a], a_2)$.

Odchýlka roviny od priemetne

Každá priamka roviny zviera s priemetňou nejaký uhol. Najväčší uhol s priemetňou zviera spádová priamka. Určuje preto **odchýlku roviny od priemetne**.

- je to **uhol roviny a priemetne**,
- t. j. je to **uhol, ktorý zviera spádová priamka roviny a priemetňa**.

Vzhľadom na dve premietne rozlišujeme **odchýlku roviny od pôdorysne** a **odchýlku roviny od nárysne**.

Odchýlka roviny α od pôdorysne π

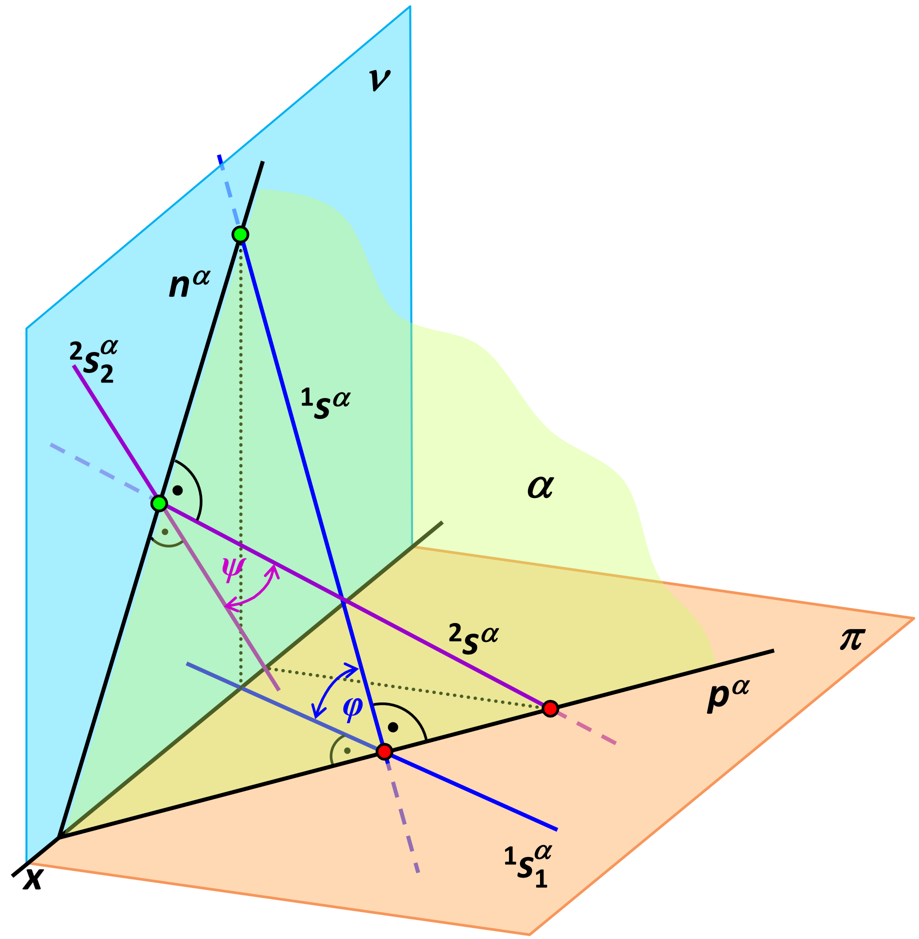
– je to uhol spádovej priamky 1. osnovy roviny α s pôdorysňou

$$\varphi = \measuredangle(\alpha,\pi) = \measuredangle({}^1s^\alpha,\pi)$$

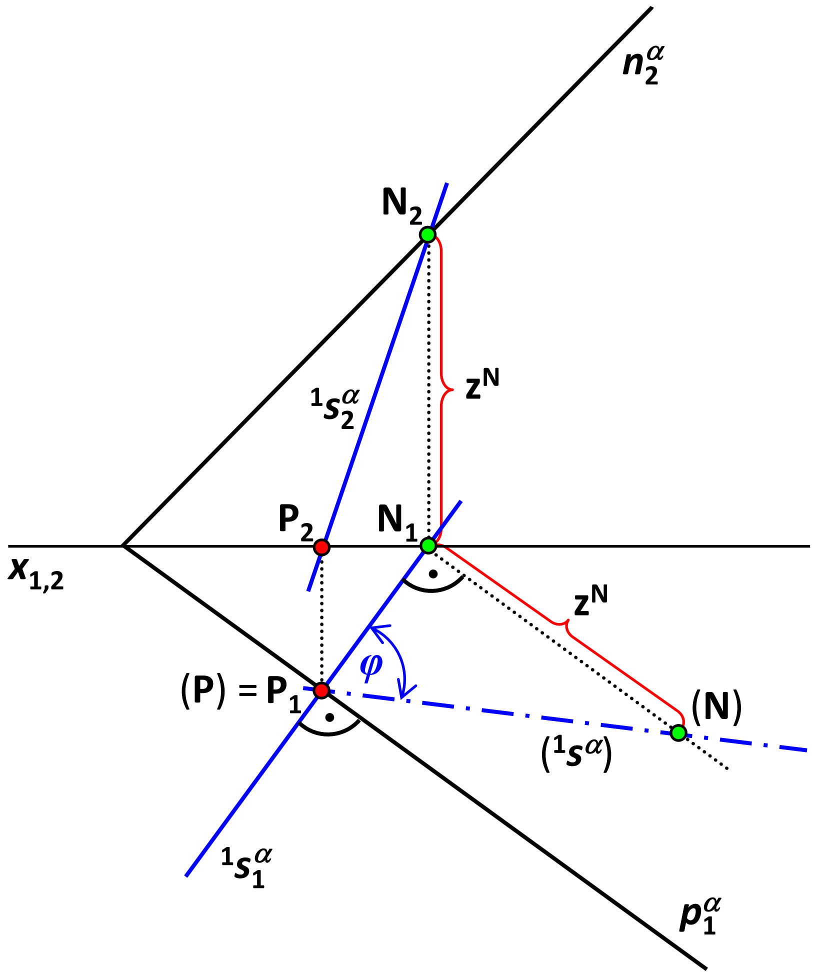
Odchýlka roviny α od nárysne ν

– je to uhol spádovej priamky 2. osnovy roviny α s nárysňou

$$\psi = \measuredangle(\alpha,\nu) = \measuredangle({}^2s^\alpha,\nu)$$



Príklad 10.21: V Mongeovej projekcii určte odchýlku roviny $\alpha\,(p_1^\alpha, n_2^\alpha)$ od pôdorysne.



Odchýlka φ roviny α od pôdorysne π je odchýlka spádovej priamky 1. osnovy roviny α od pôdorysne π:

$$\varphi = \measuredangle(\alpha, \pi) = \measuredangle(^1s^\alpha, \pi).$$

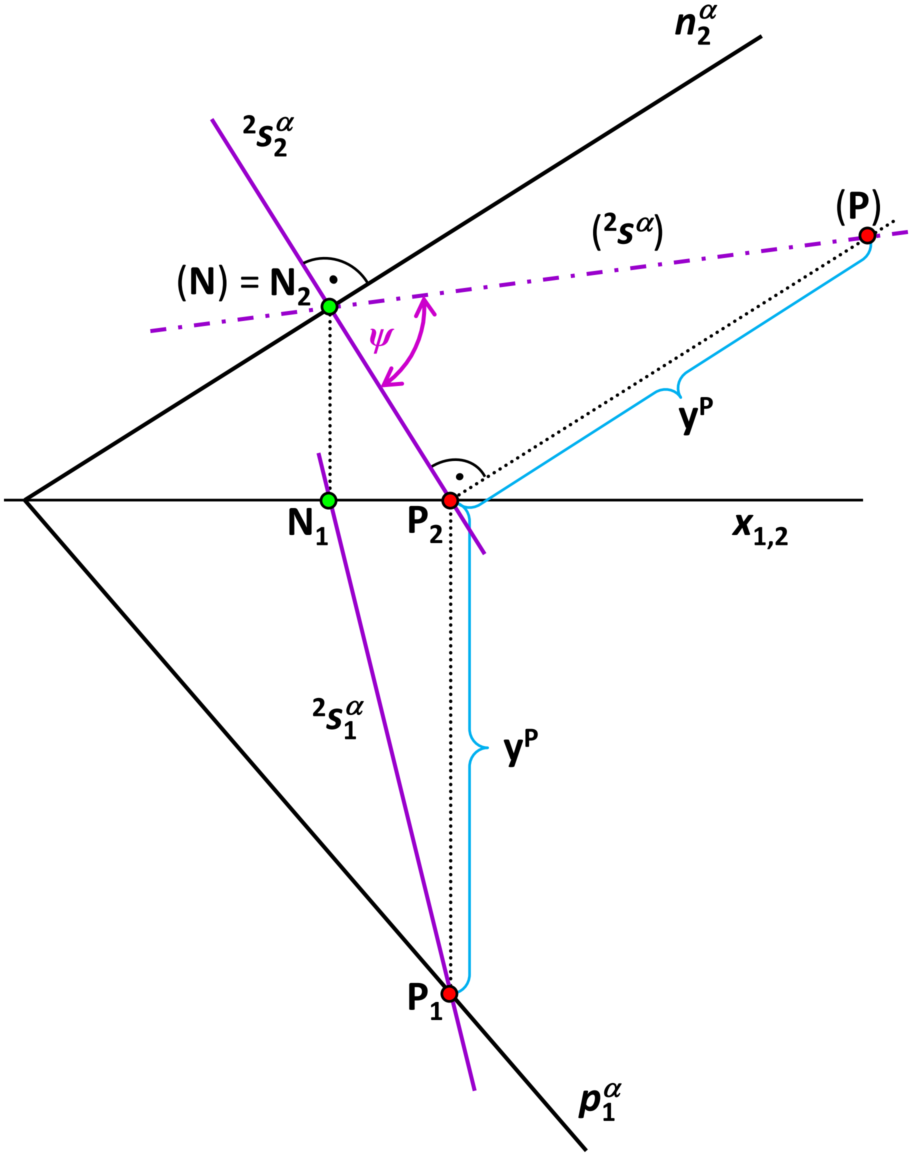
Určíme ju pomocou sklopenia 1. premietacej roviny priamky $^1s^\alpha$ do priemetne π.

Postup:

1. Zostrojíme priemety ľubovoľnej spádovej priamky 1. osnovy roviny α.
2. Sklopíme 1. premietaciu rovinu priamky $^1s^\alpha$ do pôdorysne.
3. Hľadaný uhol φ je uhol priamok $^1s_1$ a $(^1s^\alpha)$ pri vrchole $P_1 = (P)$, pre ktorý platí:

$$\varphi = \measuredangle(\alpha, \pi) = \measuredangle(^1s^\alpha, \pi) = \measuredangle(^1s^\alpha, {}^1s_1^\alpha) = \measuredangle(^1s_1^\alpha, (^1s^\alpha)).$$

Príklad 10.22: V Mongeovej projekcii určte odchýlku roviny $\alpha\,(p_1^\alpha, n_2^\alpha)$ od nárysne.



Odchýlka φ roviny α od nárysne ν je odchýlka spádovej priamky 2. osnovy roviny α od nárysne ν:

$$\psi = \measuredangle(\alpha, \nu) = \measuredangle(^2s^\alpha, \nu).$$

Určíme ju pomocou sklopenia 2. premietacej roviny priamky $^2s^\alpha$ do priemetne ν.

Postup:

1. Zostrojíme priemety ľubovoľnej spádovej priamky 2. osnovy roviny α.

2. Sklopíme 2. premietaciu rovinu priamky $^2s^\alpha$ do pôdorysne.

3. Hľadaný uhol ψ je uhol priamok $^2s_2$ a $(^2s^\alpha)$ pri vrchole $N_2 = (N)$, pre ktorý platí:

$$\psi = \measuredangle(\alpha, \nu) = \measuredangle(^2s^\alpha, \nu) = \measuredangle(^2s^\alpha, {}^2s_2^\alpha) = \measuredangle(^2s_2^\alpha, (^2s^\alpha)).$$

Priamka kolmá na rovinu

Priamka kolmá na rovinu je kolmá na všetky priamky roviny a preto je kolmá aj na hlavné priamky oboch osnov vrátane stôp roviny. Z vety o priemete pravého uhla vyplýva, že:

$$\boldsymbol{k_1} \perp \boldsymbol{p_1^\alpha} \;\; \rightarrow (\boldsymbol{k_1} \perp {}^1\boldsymbol{h_1^\alpha})$$

$$\boldsymbol{k_2} \perp \boldsymbol{n_2^\alpha} \;\; \rightarrow (\boldsymbol{k_2} \perp {}^2\boldsymbol{h_2^\alpha})$$

Príklad 10.23: V Mongeovej projekcii zostrojte priamku $\boldsymbol{k}$ kolmú na rovinu α a incidentnú s bodom **A**, **A** $\in \alpha$.