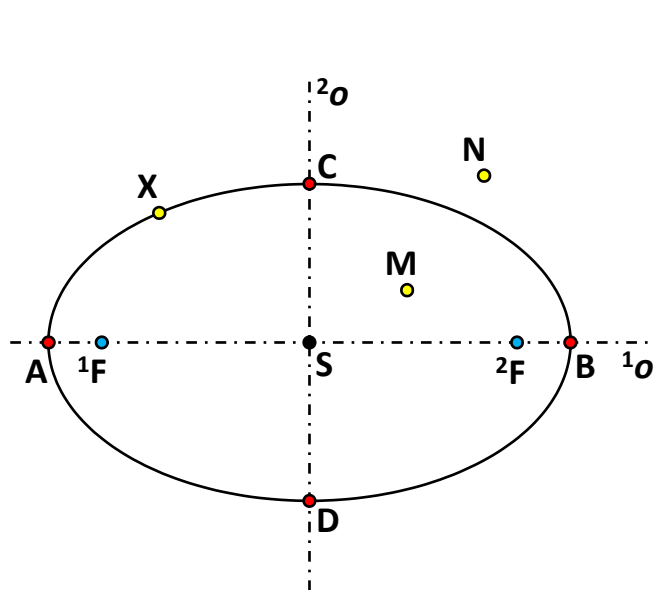


2.5 Bod, priamka a regulárna kužeľosečka

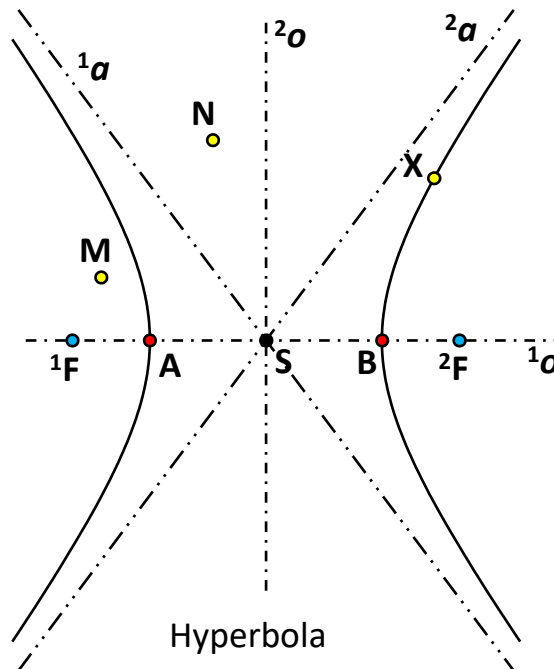
Vnútorne a vonkajšie body kužeľosečky

Kužeľosečka rozdeľuje rovinu na oblasti. Body roviny, ktoré ležia v tej istej oblasti ako ohniská kužeľosečky, sa nazývajú **vnútorne body** kužeľosečky. Ostatné body roviny, okrem bodov kužeľosečky, sa nazývajú **vonkajšie body** kužeľosečky.

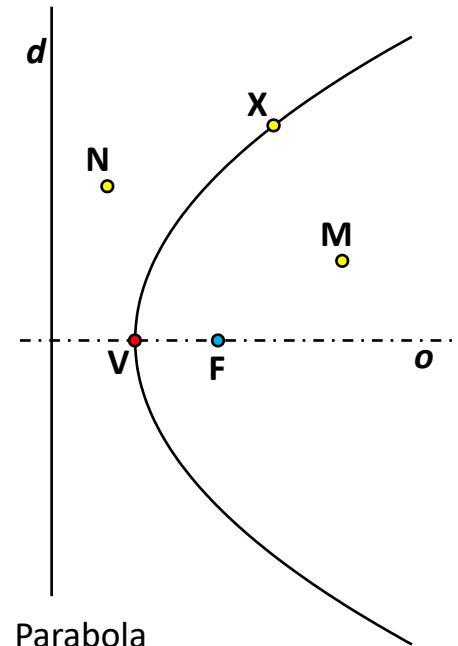
- **X** – bod kužeľosečky.
- **M** – vnútorný bod kužeľosečky.
- **N** – vonkajší bod kužeľosečky.



Elipsa



Hyperbola



Parabola

Definícia: Nesečnica kužeľosečky je priamka, ktorá obsahuje iba vonkajšie body kužeľosečky.

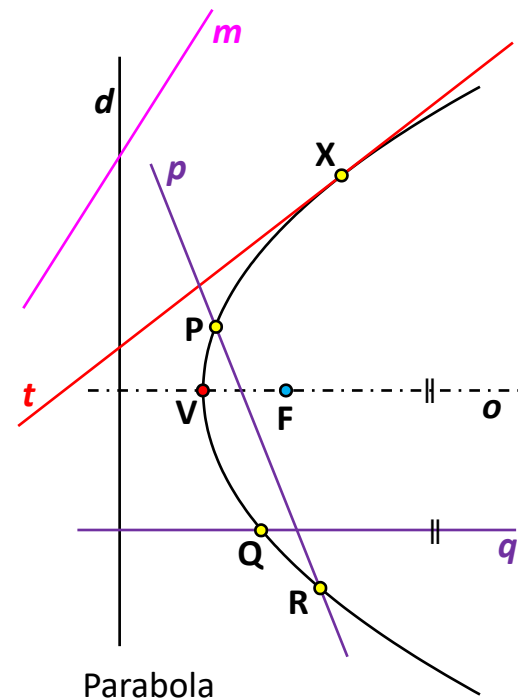
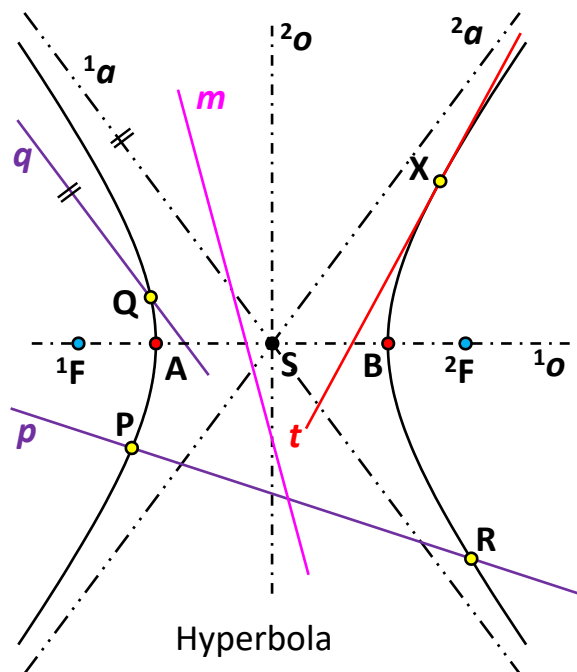
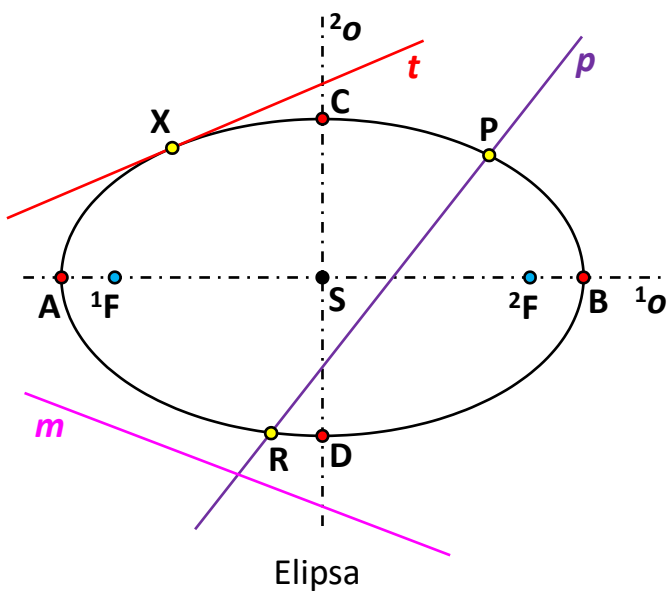
- Nesečnica kužeľosečky nepretína kužeľosečku.

Definícia: Sečnica kužeľosečky je priamka, ktorá obsahuje vonkajšie aj vnútorné body kužeľosečky.

- Sečnica elipsy pretína elipsu v dvoch rôznych bodoch.
- Sečnica hyperboly pretína hyperbolu v dvoch rôznych bodoch (ak nie je rovnobežná s asymptotou hyperboly), alebo v jednom bode (ak je rovnobežná s asymptotou hyperboly).
- Sečnica paraboly pretína parabolu v dvoch rôznych bodoch (ak nie je rovnobežná s osou paraboly), alebo v jednom bode (ak je rovnobežná s osou paraboly).

Definícia: Dotyčnica kužeľosečky je priamka, ktorá má s kužeľosečkou jeden spoločný bod (**dotykový bod**) a všetky ostatné jej body sú vonkajšie body kužeľosečky.

- m – nesečnica kužeľosečky.
- p, q – sečnica kužeľosečky.
- t – dotyčnica kužeľosečky.
- Asymptoty hyperboly budeme považovať za dotyčnice hyperboly.

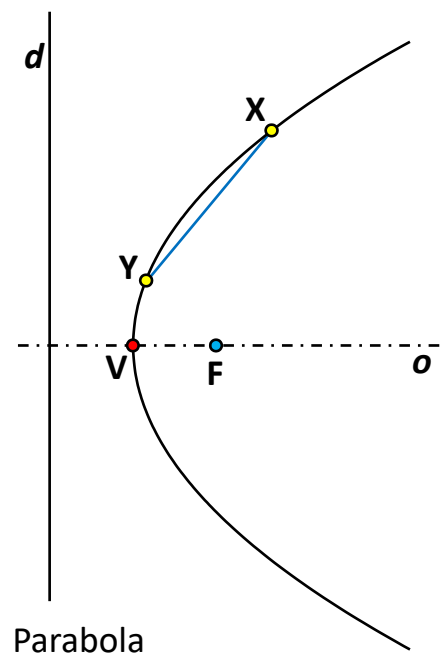
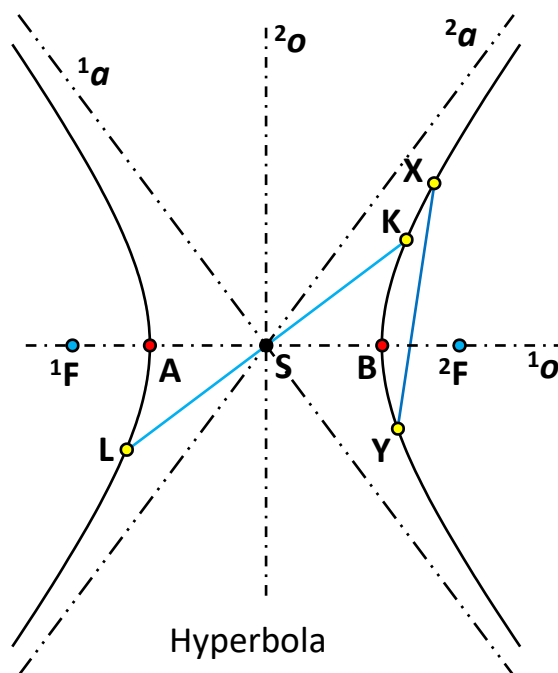
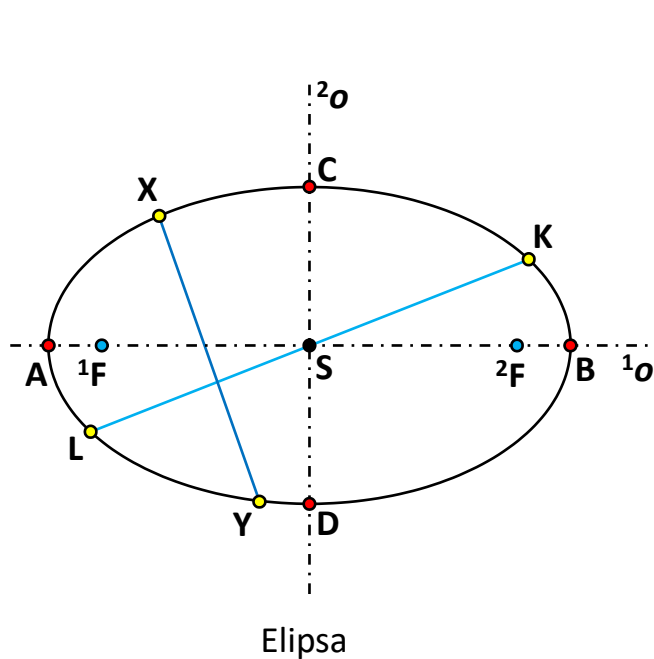


Definícia: Tetiva kužeľosečky je úsečka, ktorej krajné body ležia na kužeľosečke a jej vnútorné body sú vnútorné body kužeľosečky.

Definícia: Priemer elipsy je úsečka, ktorá obsahuje stred elipsy a jej krajné body ležia na elipse.

Priemer hyperboly je úsečka, ktorá obsahuje stred hyperboly a jej krajné body ležia na hyperbole.

- Úsečka **XY** – tetiva kužeľosečky.
- Úsečka **KL** – priemer elipsy, resp. hyperboly.



Definícia: Sprievodič bodu elipsy (resp. **hyperboly**) sa nazýva priamka spájajúca bod elipsy s ohniskom elipsy (resp. hyperboly).

Sprievodič bodu paraboly sa nazýva

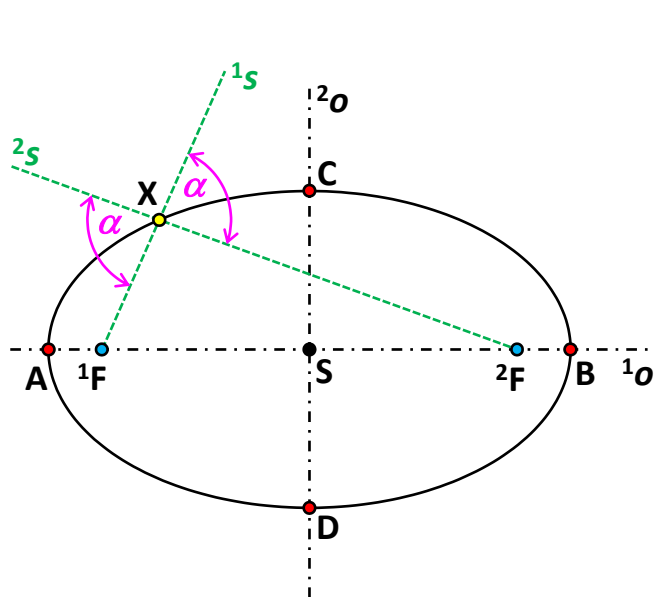
- priamka spájajúca bod paraboly s ohniskom paraboly,
- priamka prechádzajúca bodom paraboly a rovnobežná s osou paraboly.

Definícia: Vonkajší uhol sprievodičov bodu elipsy je uhol, ktorý obsahuje hlavné vrcholy elipsy.

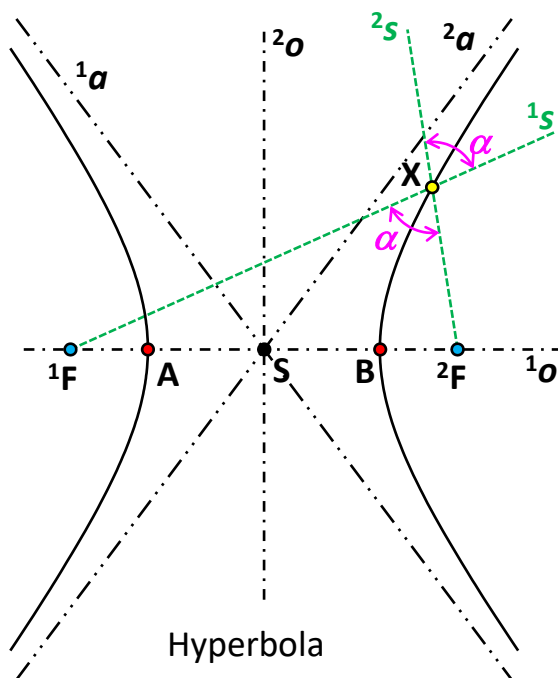
Vonkajší uhol sprievodičov bodu hyperboly je uhol, ktorý obsahuje vrcholy hyperboly.

Vonkajší uhol sprievodičov bodu paraboly je uhol, ktorý obsahuje vrchol paraboly.

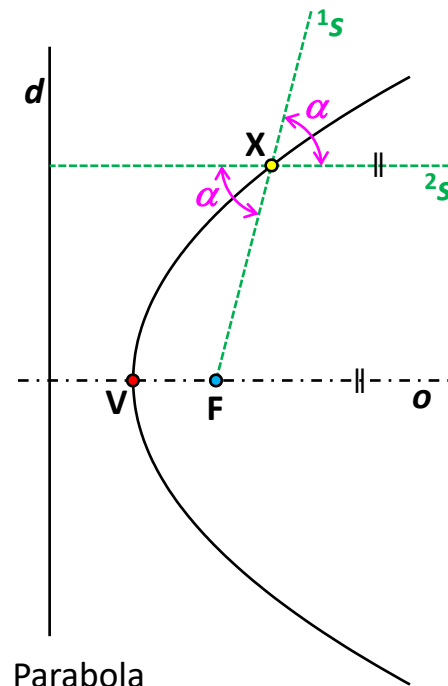
- X – bod kužeľosečky.
- $^1s, ^2s$ – sprievodiče bodu X .
- α – vonkajší uhol sprievodičov bodu X .



Elipsa



Hyperbola



Parabola

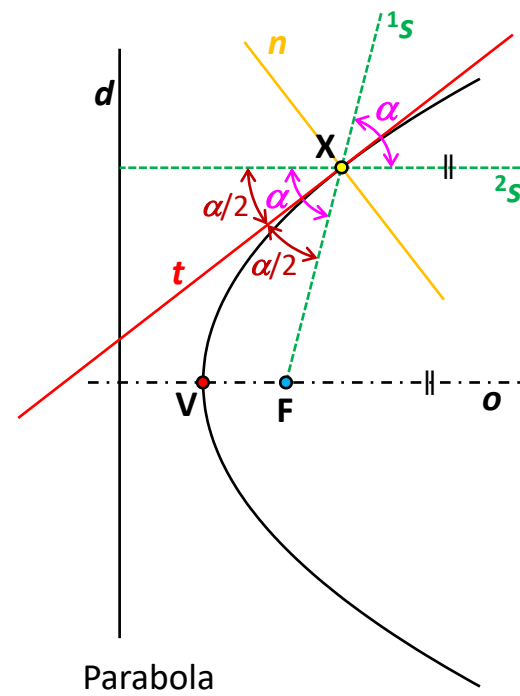
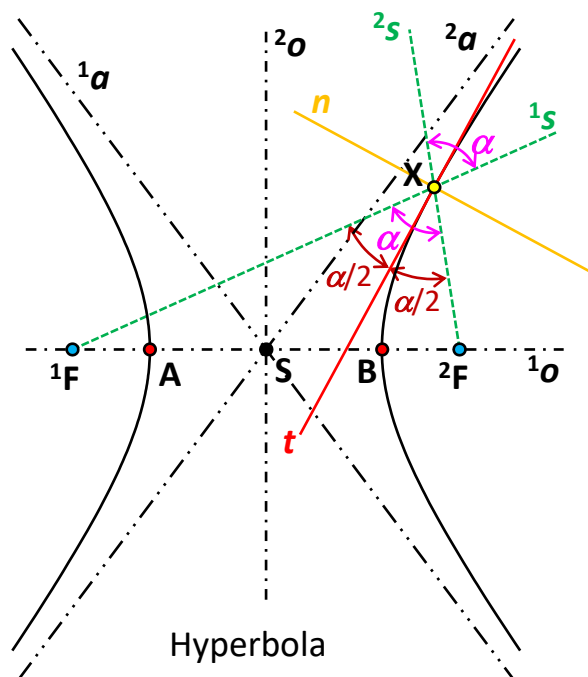
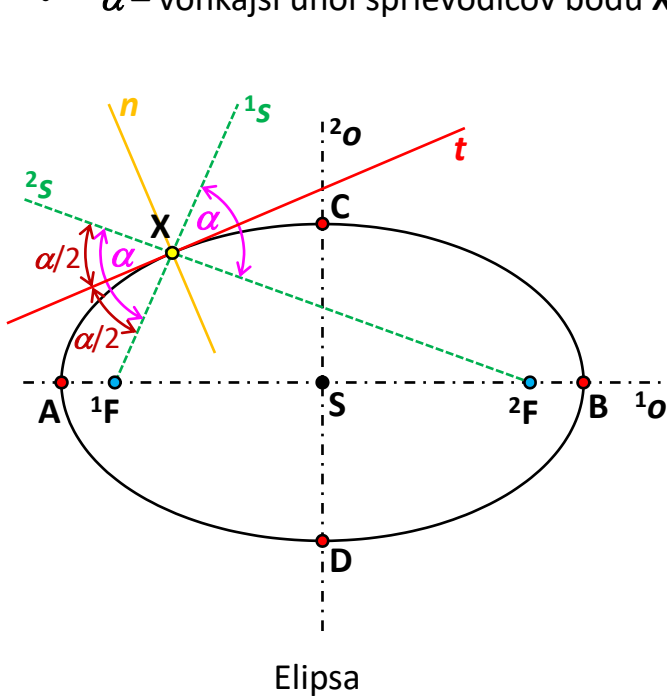
Veta: V každom bode kužeľosečky existuje práve jedna jej dotyčnica, ktorá je osou vonkajšieho uhla sprievodičov dotykového bodu.

Poznámka: Dotyčnicu kužeľosečky zostrojíme aj bez narysovanej kužeľosečky.

Veta: Kolmica na dotyčnicu v dotykovom bode sa nazýva **normála kužeľosečky** a rozpoľuje vnútorný uhol sprievodičov dotykového bodu.

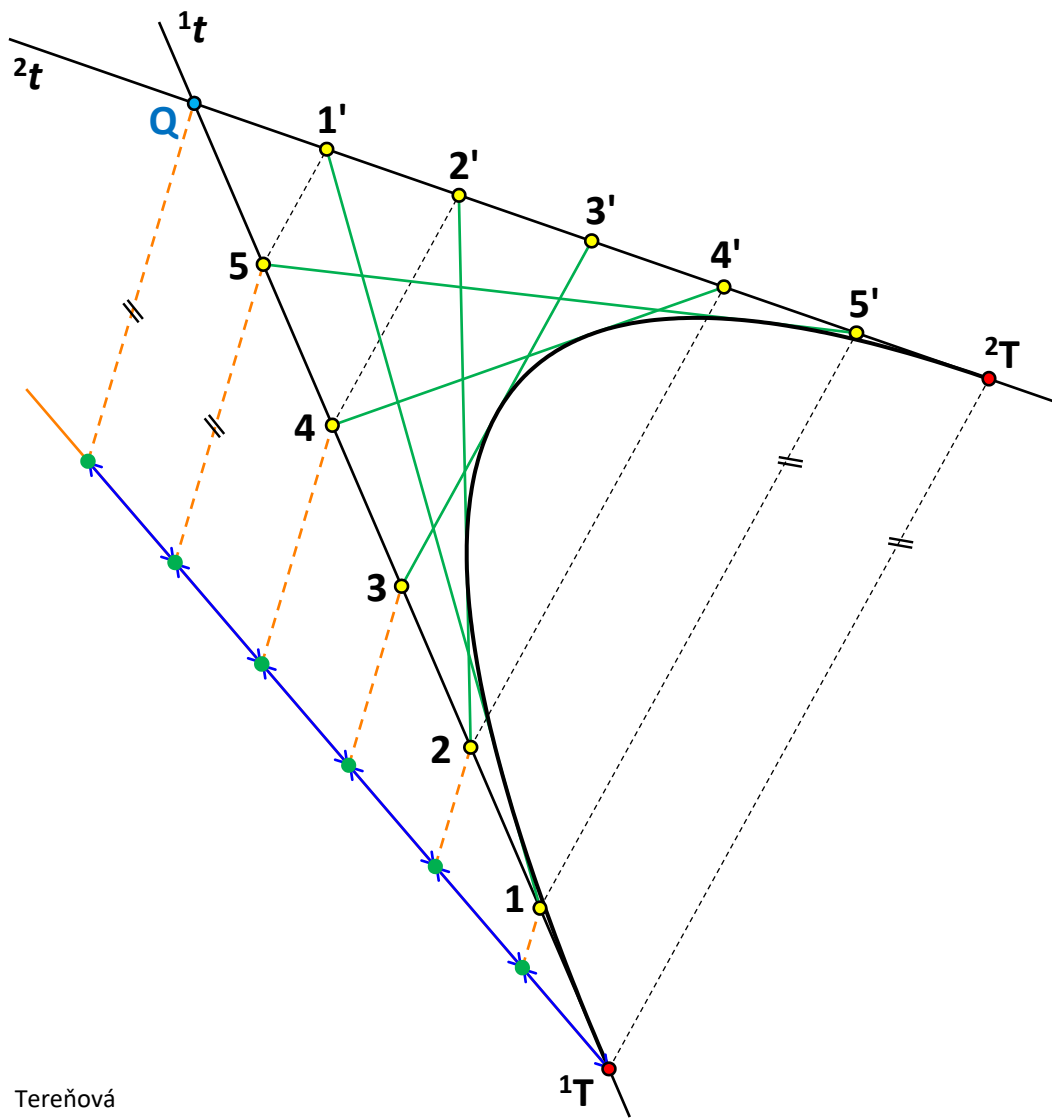
- X – bod kužeľosečky.
- $^1s, ^2s$ – sprievodiče bodu X .
- α – vonkajší uhol sprievodičov bodu X .

- t – dotyčnica kužeľosečky v bode X .
- n – normála kužeľosečky v bode X , $n \perp t$.



Konštrukcia paraboly ako obálky dotyčníc

Príklad 2.7: Parabola je daná dotyčnicami 1t , 2t s dotykovými bodmi 1T , 2T . Zostrojte ďalšie dotyčnice paraboly a načrtnite parabolu ako obálku dotyčníc.



Postup:

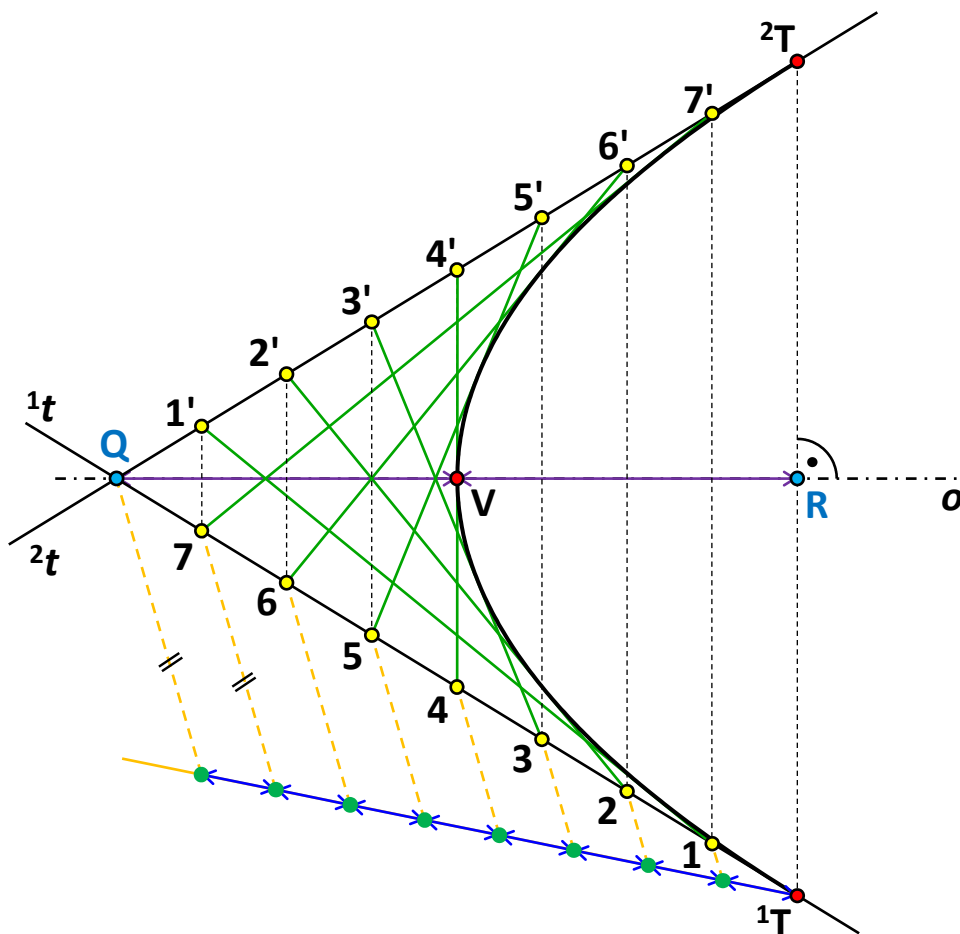
1. Bod Q ; $^1t \cap ^2t = Q$.
2. Úsečky 1TQ a Q^2T rozdelíme na šesť zhodných častí (resp. podľa požadovanej presnosti na viac častí). Deliace body označíme **1, 2, 3, 4, 5** a **1', 2', 3', 4', 5'** (pozri obrázok).
3. Priamky **11', 22', 33', 44', 55'** sú dotyčnice paraboly.

Poznámka: Dotykové body dotyčníc **11', 22', 33', 44', 55'** paraboly nepoznáme, ale parabolu vieme nakresliť ako obálku zostrojených dotyčníc.

4. Načrtneme parabolu ako obálku dotyčníc. Parabola prechádza bodmi 1T a 2T a dotýka sa priamok 1t , 2t , **11', 22', ..., 55'**.

Konštrukcia paraboly ako obálky dotyčníc

Príklad 2.8: Parabola je daná osou o , vrcholom V a bodmi 1T , 2T , ktoré sú súmerné podľa osi o . Zostrojte ďalšie dotyčnice paraboly a načrtnite parabolou ako obálku dotyčníc.



Postup:

1. Bod R ; $^1T^2T \cap o = R$.
2. Bod Q ; $Q \in o$, $|RV| = |VQ|$.
3. Priamky $^1TQ = ^1t$, $^2TQ = ^2t$ – dotyčnice paraboly v bodoch 1T , 2T .

Ďalej pokračujeme ako v príklade 2.7:

4. Úsečky 1TQ a Q^2T rozdelíme na osem zhodných častí (resp. podľa požadovanej presnosti na viac častí). Deliace body označíme $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ a $1', 2', 3', 4', 5', 6', 7'$ (pozri obrázok).
5. Priamky $11', 22', 33', 44', 55', 66', 77'$ sú dotyčnice paraboly.
6. Načrtneme parabolou ako obálku dotyčníc. Parabola prechádza bodmi V , 1T a 2T a dotýka sa priamok 1t , 2t , $11', 22', \dots, 77'$.