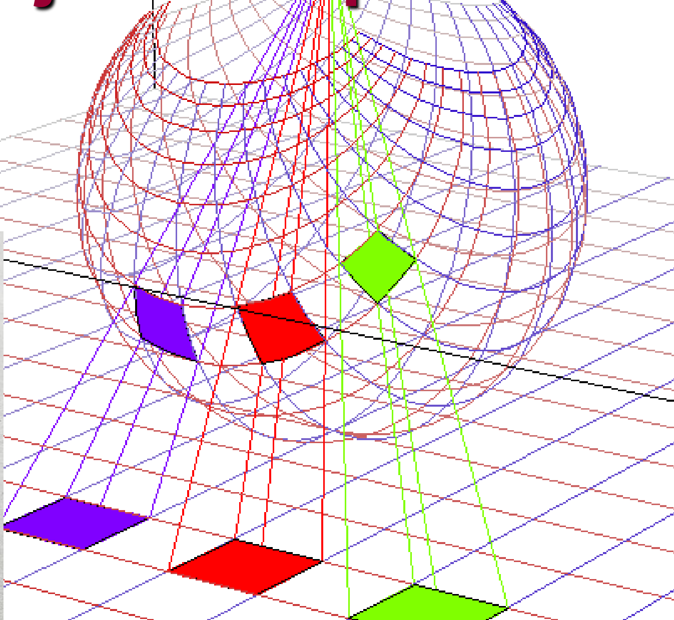
Úvod do kurzu DESKRIPTÍVNA GEOMETRIA

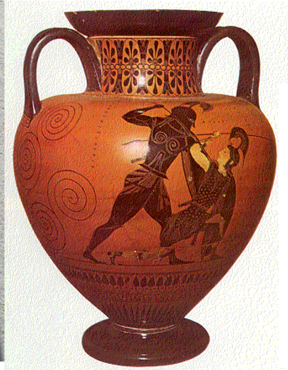
Doc. RNDr. Margita Vajsáblová, PhD.

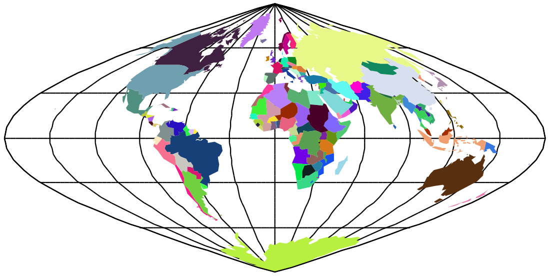
Na nasledujúce cvičenia si prineste:

zošit alebo papiere A4 „čistý“,
ceruzku - pentelku,
kružidlo,
gumu,
dve pravítka - jedno s ryskou.

Aj toto je deskriptíva







Odporúčaná literatúra:

VALÁŠKOVÁ, Ľ. - TEREŇOVÁ, Z. - VAJSÁBLOVÁ, M. - MÉSZÁROSOVÁ, K. Úvod do predmetu deskriptívna geometria. - 1. vyd. - Bratislava: Nakladateľstvo STU, 2014. - 148 s. - ISBN 978-80-227-4160-6.

KYSELOVÁ a kol. Deskriptívna geometria. Návody na cvičenia. - 2. vyd. - Bratislava: Nakladateľstvo STU, 2014. - 262 s. - ISBN 978-80-227-4131-6.

VAJSÁBLOVÁ, M. *Deskriptívna geometria pre GaK.* [online] Bratislava: STU, 2009. 97 s. ISBN 978-80-227-3053-2,
dostupné na:
http://www.svf.stuba.sk/docs//dokumenty/skripta/deskiptivna_gak/index.html.

1. Časť

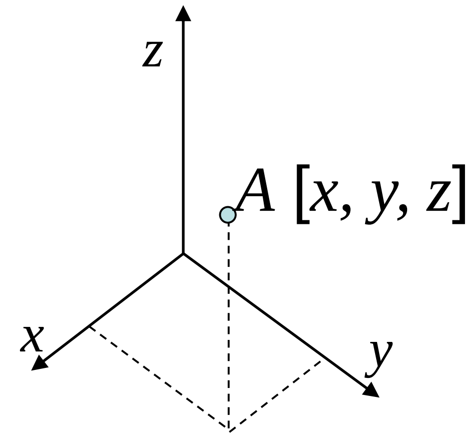
Opakovanie niektorých pojmov z planimetrie a stereometrie

Planimetria – geometria rovinných útvarov – 2D

Stereometria – geometria priestorových útvarov – 3D

Táto časť prednášky vznikla úpravou prezentácie
RNDr. Kataríny Mészárosovej, PhD.

Základné pojmy



- E_3 – Euklidovský 3-rozmerný priestor
- E_2 – Euklidovská rovina

Základné geometrické útvary: bod, priamka a rovina

Označenie:

Body – A, B, C, D .....

Priamky – a, b, c, ...

Roviny - $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \mu, \nu, \pi, \sigma, \omega$.......

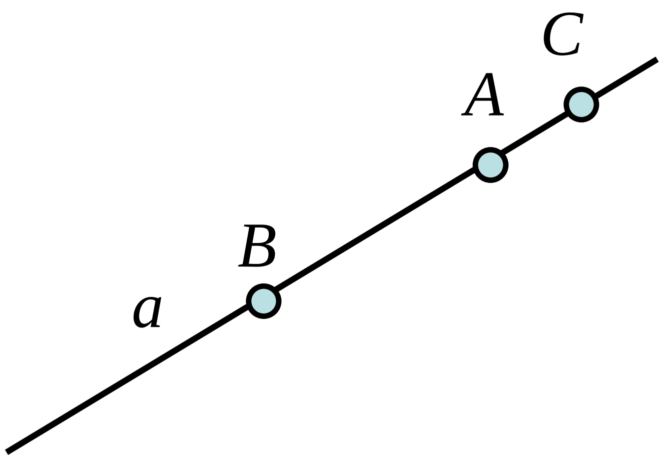
Axióma: **Dvomi navzájom rôznymi bodmi prechádza práve jedna priamka**

Označenie: $a = AB$

- **Incidencia –** bod leží na útvare

Príklad: ak bod $\boldsymbol{A}$ leží na priamke $\boldsymbol{a}$ resp. priamka $\boldsymbol{a}$ prechádza bodom $\boldsymbol{A}$ hovoríme, že bod a priamka **incidujú.**

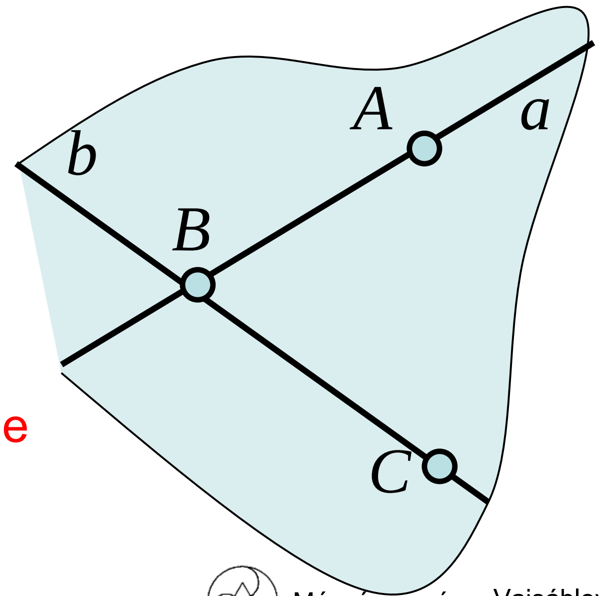
Označenie: $A \in a$



- **Kolinearita –** 3 body ležia na jednej priamke

Axióma: **Tri rôzne body, ktoré neležia na jednej priamke určujú jedinú rovinu**

Označenie: $\alpha = (ABC)$



Rovina je určená:

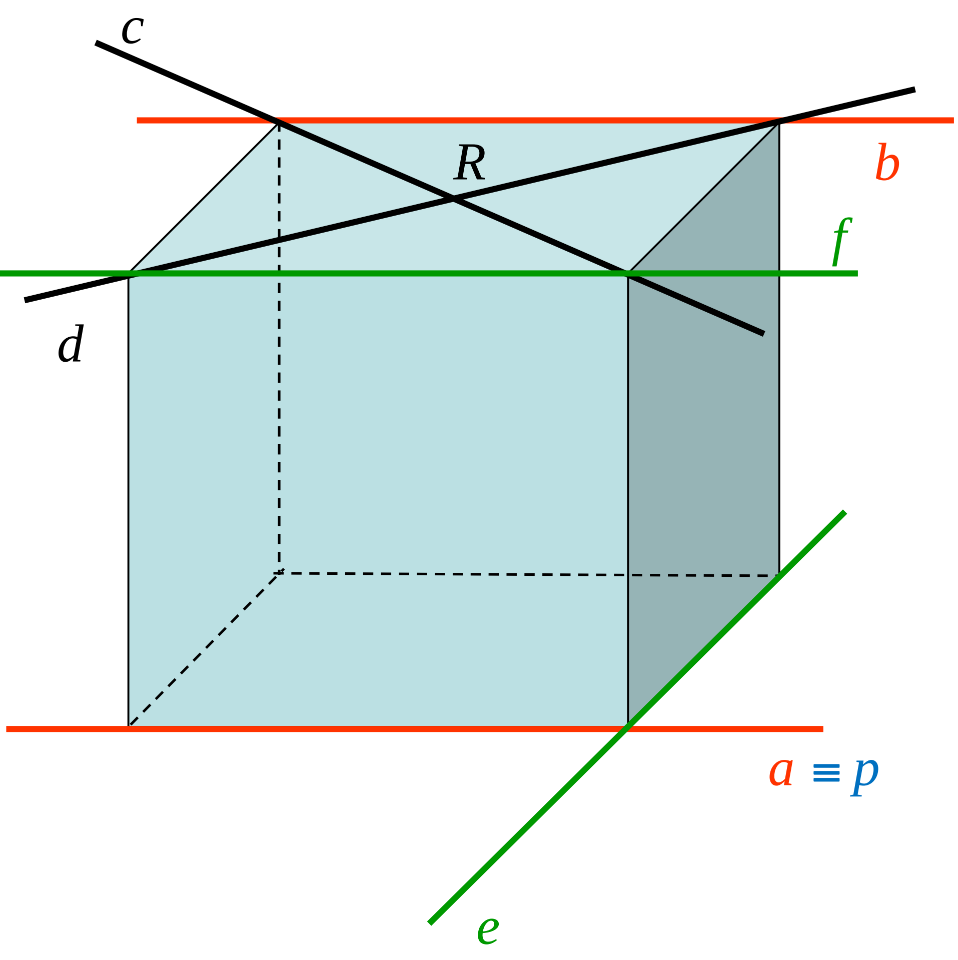
$\alpha = (ABC)$...... troma rôznymi bodmi, ktoré nie sú kolineárne

$\alpha = (Ab)$ .... bodom a priamkou, ktoré neincidujú

$\alpha = (a, b)$ ...... dvomi priamkami (rovnobežnými, alebo rôznobežnými)

Vzájomná poloha dvoch priamok (v priestore):

1) rovnobežné
2) rôznobežné
3) mimobežné
4) totožné



Rovnobežné priamky nemajú spoločný žiadny bod a zároveň ležia v jednej rovine.
Označenie: $a \| b$
Daným bodom, ktorý neleží na danej priamke, prechádza práve jedna priamka, ktorá je s ňou rovnobežná.

Rôznobežné priamky majú spoločný práve jeden bod - priesečník (ležia v jednej rovine). Označenie: $c \cap d = R$

Mimobežné priamky nemajú žiadny spoločný bod a neležia v jednej rovine.

Totožné priamky majú všetky body spoločné. Označenie $a = p$; $a \equiv p$

Mészárosová Vajsáblová

Vzájomná poloha priamky a roviny (v priestore):

1) Priamka a leží v rovine α.

Pr. priamka $a = AB$ leží v rovine α (ABC).

Označenie: $a \subset \alpha$.

2) **Priamka b pretína rovinu *- je rôznobežná s rovinou.***

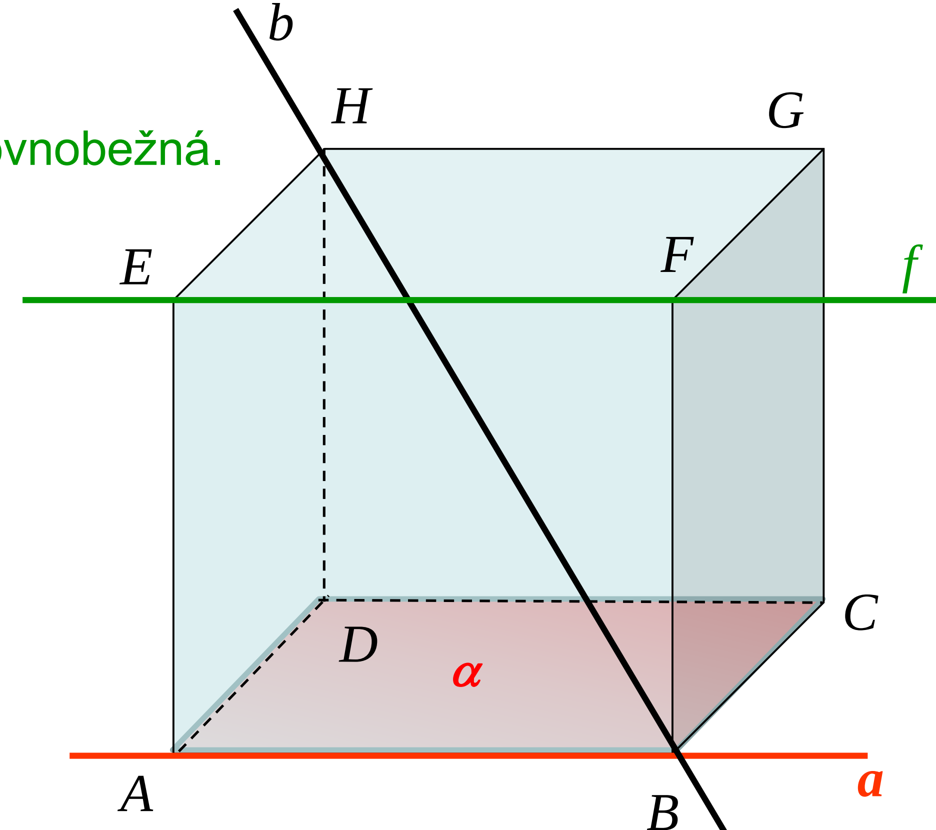
Pr. priamka $b = BH$ pretína rovinu α (ABC) v bode B.

Označenie: $b \cap \alpha = B$.

3) **Priamka je rovnobežná s rovinou α.**

Pr. priamka $f = EF$ je s rovinou α (ABC) rovnobežná.

Označenie: $f \parallel \alpha$.



Vzájomná poloha dvoch rovín v priestore:

1) **Rovnobežné roviny nemajú žiadny spoločný bod. Označenie:** $\alpha \parallel \beta$

2) **Rôznobežné roviny majú spoločnú práve jednu priamku (priesečnicu)**
Označenie: $\alpha \cap \beta = p$

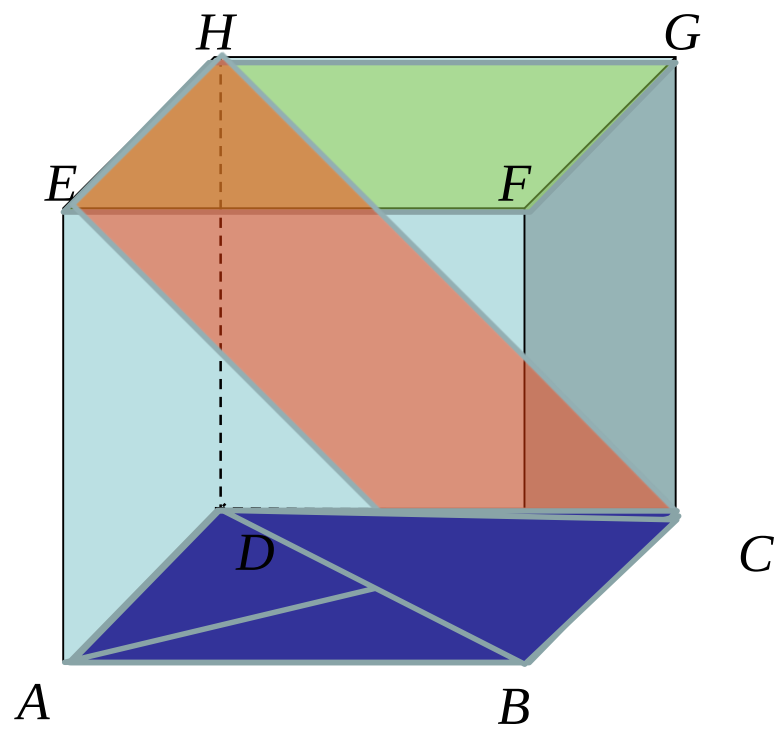
3) **Totožné roviny** majú všetky body spoločné. Označenie: $\alpha = \beta$; $\alpha \equiv \beta$

Jednoduché príklady:

Roviny (ABC) a (EFG) sú rovnobežné

Roviny α (ABC) a β (EHC) sú rôznobežné
$\alpha \cap \beta = BC.$

Roviny (ABC) a (BCD) sú totožné.



Mészárosová Vajsáblová

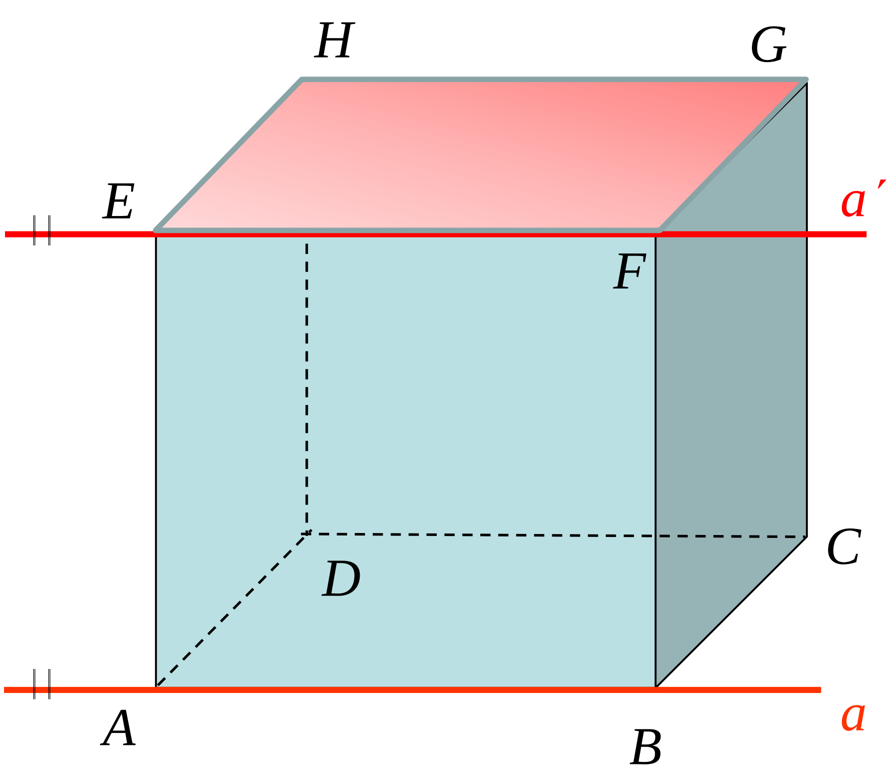
Kritéria rovnobežnosti:

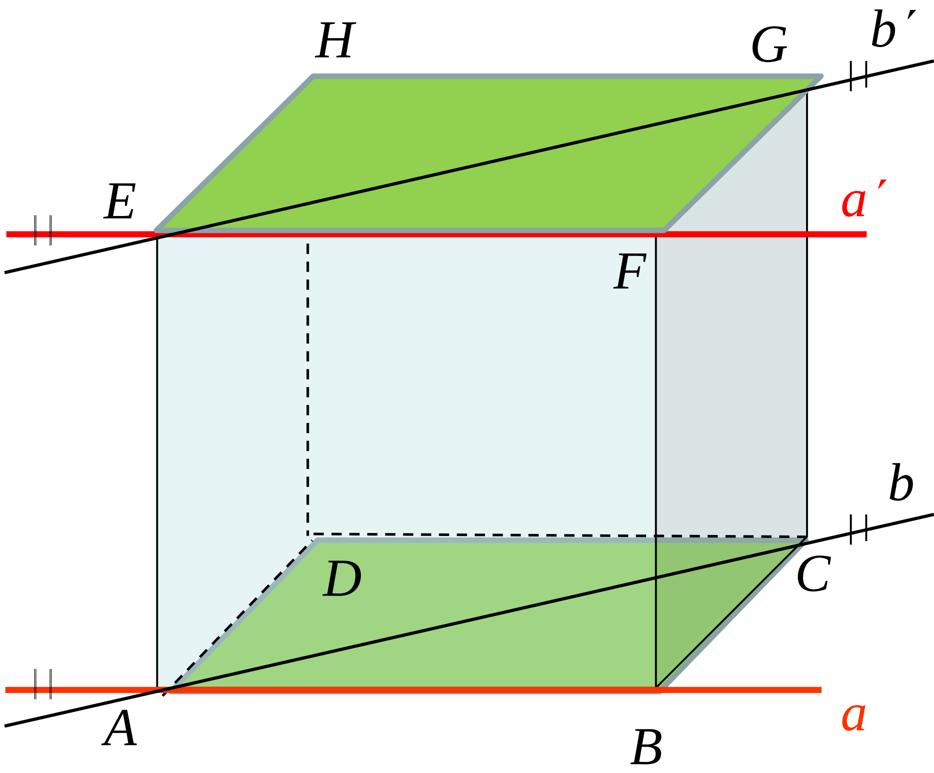
Kritérium rovnobežnosti priamky a roviny:

Ak je priamka rovnobežná s nejakou priamkou roviny α, tak je rovnobežná s rovinou α.

Kritérium rovnobežnosti dvoch rovín:

Dve roviny sú rovnobežné, ak jedna z nich obsahuje dve rôznobežky, z ktorých každá je s druhou rovinou rovnobežná.





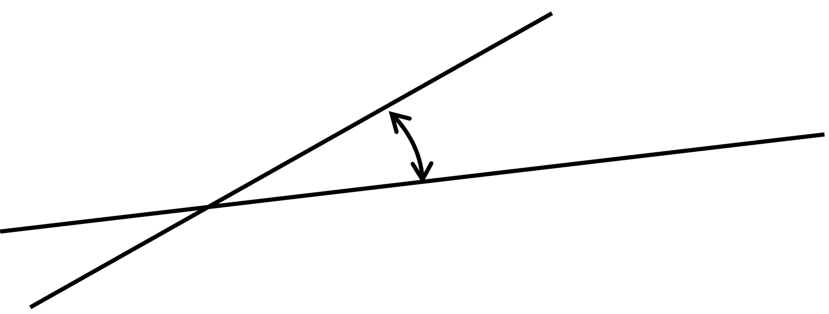
Mészárosová Vajsáblová

Metrické pojmy:

Dĺžka úsečky (vzdialenosť bodov A a B): Označenie $|AB|$ alebo d(AB)

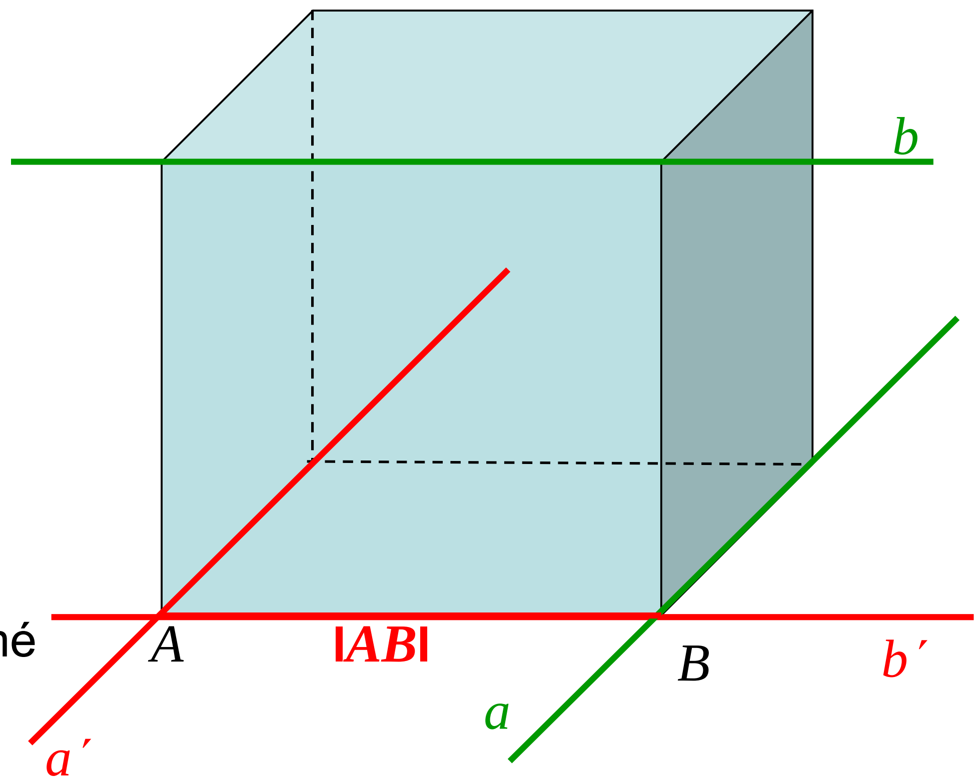
Odchýlka priamok (veľkosť uhla) :

Odchýlka dvoch priamok a, b je veľkosť nulového, ostrého alebo pravého uhla, ktorý zvierajú ramená rôznobežných priamok a', b'; $a \parallel a' \wedge b \parallel b'$; $a' \cap b' = A$



Platí aj pre mimobežky

Mimobežné priamky a, b sú na seba kolmé



Kritérium kolmosti priamky a roviny:

Priamka je kolmá na rovinu α práve vtedy, keď je kolmá na dve rôznobežky ležiace v rovine α - *potom je kolmá na všetky priamky roviny* α.

Kritérium kolmosti dvoch rovín:

Dve roviny sú navzájom kolmé práve vtedy, ak jedna z nich obsahuje priamku kolmú na druhú rovinu.

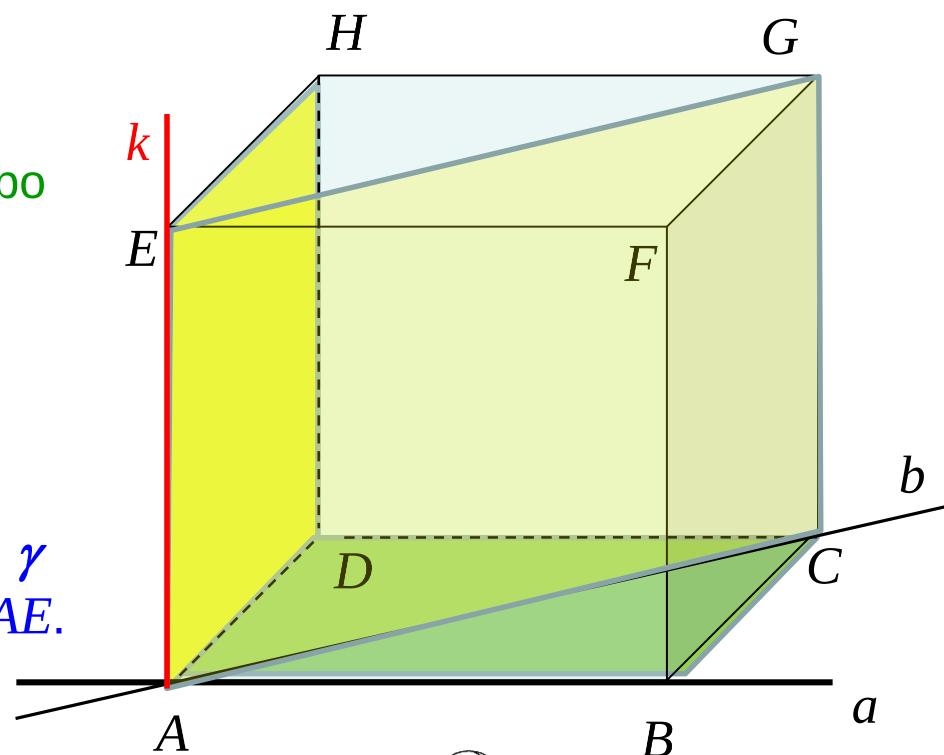
Rovina je kolmá na dve rôznobežné roviny práve vtedy, ak je kolmá na ich priesečnicu.

Jednoduché príklady:

Priamka $k = AE$ je kolmá na rovinu (ABC), lebo je kolmá na priamky AB a AC.

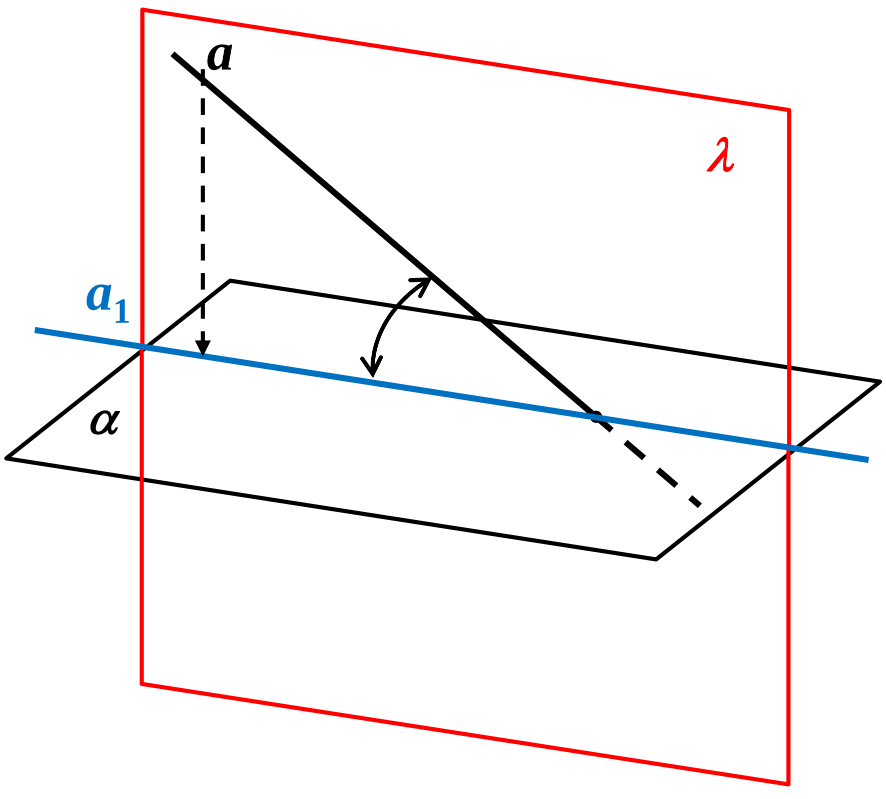
Rovina β (EGC) je kolmá na rovinu α (ABC), lebo $k = AE$ leží v rovine β.

Rovina α (ABC) je kolmá na roviny β (EGC) γ (EHD), lebo je kolmá na ich priesečnicu $k = AE$.



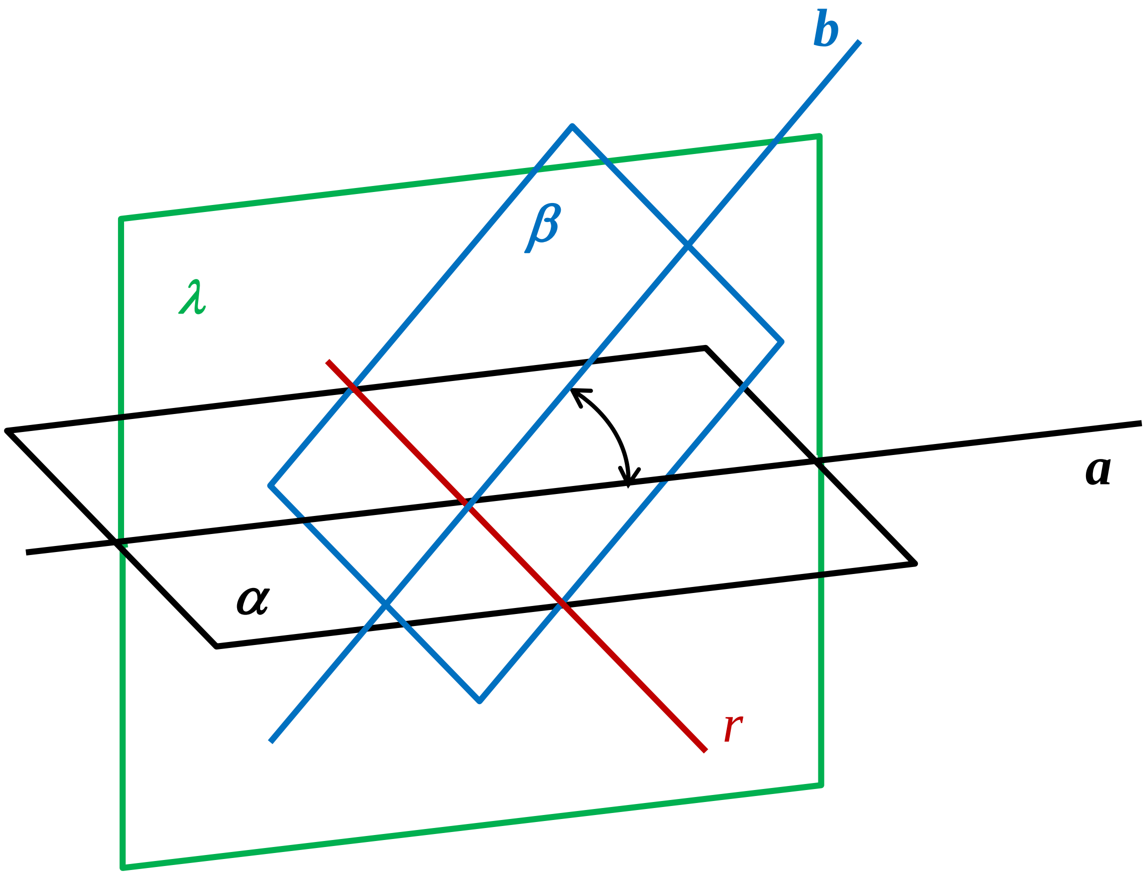
Uhol priamky s rovinou

Uhol priamky a s rovinou α je definovaný ako uhol priamky a a jej kolmého priemetu do roviny α.



Uhol dvoch rovín

Uhol dvoch rôznobežných rovín α a β definujeme ako odchýlku priamok a a b, pričom priamka a leží v rovine α, priamka b v rovine β, a zároveň sú priamky a a b kolmé na priesečnicu rovín α a β.

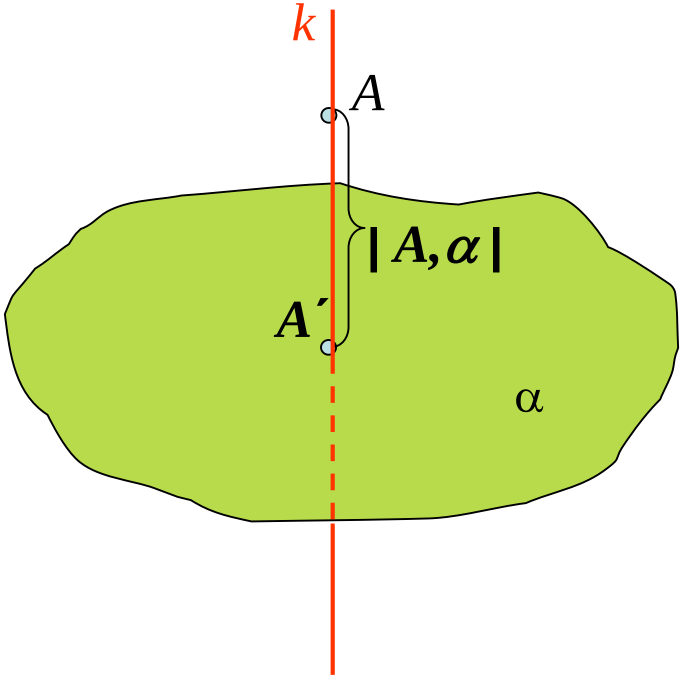


1) r: $r = \alpha \cap \beta$
2) λ: $\lambda \perp r$
3) $a = \alpha \cap \lambda$, $b = \beta \cap \lambda$
4) $\measuredangle(\alpha, \beta) = \measuredangle(a, b)$

Vzdialenosť bodu od roviny

Vzdialenosť bodu A od roviny α sa rovná dĺžke úsečky AA', kde A' je päta kolmice vedenej bodom A na rovinu α.

1) k: $A \in k \wedge k \perp \alpha$,
2) A': $\{A'\} = k \cap \alpha$,
3) $|AA'| = |A, \alpha|$.



Označenie:
$|A, \alpha|$ alebo d($A\alpha$)

Vzdialenosť bodu od priamky v priestore

Vzdialenosť bodu A od priamky $p = FH$:

1) λ: $A \in \lambda \wedge \lambda \perp p$,
2) P: $\{P\} = \lambda \cap p$,
3) $|AP| = |A, p|$.